

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 14 giugno 2011 Facoltà di Ingegneria - Udine

Problema 1 (5 punti):

Formulare come un problema di PLI il problema di trovare la piú lunga sottosequenza comune di due stringhe assegnate $s = s_1s_2 \cdots s_n$ e $t = t_1t_2 \cdots t_m$.

Problema 2 (4 punti):

Un robot R , inizialmente situato nella cella A-1, deve portarsi nella sua home H situata nella cella G-9.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>A</i>	<i>R</i>	•
<i>B</i>	•	•	.	.	.
<i>C</i>
<i>D</i>	.	.	•	.	.	.	•	.	.
<i>E</i>	•
<i>F</i>	•	•	.
<i>G</i>	•	.	.	.	<i>H</i>

I movimenti base possibili sono il passo verso destra (ad esempio dalla cella A-3 alla cella A-4) ed il passo verso in basso (ad esempio dalla cella A-3 alla cella B-3). Tuttavia il robot non può visitare le celle occupate da un pacman (•). Quanti sono i percorsi possibili?

2.1(1pt) Quanti sono i percorsi possibili se la partenza è in A-1?

2.2 (1pt) e se la partenza è in B-3?

2.2 (1pt) e se con partenza in A-1 il robot deve giungere in F-6?

2.4 (1pt) e se con partenza in A-1 ed arrivo in G-9 al robot viene richiesto di passare per la cella D-5?

consegna	numero percorsi
A-1 → G-9	
B-3 → G-9	
A-1 → F-6	
passaggio per D-5	

Problema 3 (4 punti):

Trovare la più lunga sottosequenza comune tra le stringhe $s = \text{ACTCTGTGGCATACTCG}$ e $t = \text{TCGATGACTGGTACGC}$. Fare lo stesso con alcuni prefissi di s e t .

3.1(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e t ?

3.2(1pt) e nel caso sia richiesto che la sottosequenza comune termini con 'C'?

3.3(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e il prefisso $t_9 = \text{TCGATGACT}$ di t ?

3.4(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra t e il prefisso $s_8 = \text{ACTCTGTG}$ di s ?

tipo di sottosequenza comune	lunghezza	sottosequenza
qualsiasi		
termina con 'C'		
tra s e t_9		
tra s_8 e t		

Problema 4 (5 punti):

Si consideri il seguente problema di programmazione lineare

$$\begin{array}{l} \min 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 \\ \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + x_4 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 = 2 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

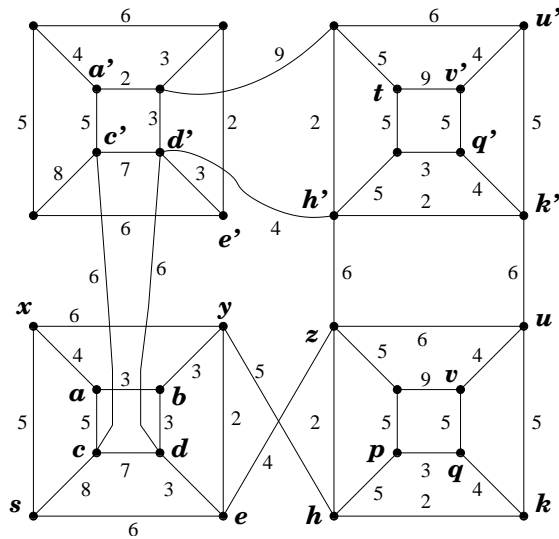
4.1(2pt) Senza determinare esplicitamente la soluzione ottima, ma comunque certificando la risposta, si vuole sapere se il valore della soluzione ottima sia minore, maggiore, o eguale a 1.

4.2(2pt) Scrivere il problema duale.

4.3(1pt) Fornire certificato immediato (che non richieda riferimento esplicito al duale) per la tua risposta di cui al punto 1.

Problema 5 (14 punti):

Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no. In ogni caso, disegnare il grafo in modo da minimizzare il numero di incroci tra archi.
- 5.2.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo G' ottenuto da G sostituendo l'arco $c'a$ con un arco $c'x$ e l'arco $d'b$ con un arco $d'y$ è planare oppure no.
- 5.3.(1+1pt) Dire, certificandolo, se G e G' è bipartito oppure no.
- 5.4.(1+1pt) Trovare l'albero dei cammini minimi dal nodo s . Esprimere la famiglia di tali alberi.
- 5.5.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.6.(2pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.7.(2pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 5.8.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .