

NOME: .....

COGNOME: .....

MATRICOLA: .....

FIRMA: .....

## Esame di Ricerca Operativa - 25 febbraio 2009 Facoltà di Ingegneria - Udine

**Problema 1 (5 punti):**

Un mobilificio produce due tipi di scaffali. Ogni scaffale richiede una certa quantità di legno, un certo numero di viti e bulloni, e un certo numero di ore di manodopera. Sono disponibili complessivamente 100 kg di legno, 500 viti e bulloni (che sono sempre usati a coppie), e 300 ore di manodopera. Tutti i tipi di scaffali possono anche essere incollati, e quindi realizzati senza viti e bulloni, tuttavia questa scelta produce un prodotto di minore qualità, venduto quindi a un prezzo inferiore.

Data la seguente tabella in cui sono riportati i dati del problema, formulare come PL il problema di determinare il piano di produzione ottimo.

tipo	legno (kg)	viti/bulloni	manod. (ore)	euro/scaffale avv. it.	euro/scaffale incoll.
A	2	4	1.5	250	150
B	1.5	7	3	200	120

**Problema 2 (4 punti):**

Sia  $B = 36$  la capacità del mio zaino. Si supponga di voler trasportare un sottoinsieme dei seguenti elementi a massima somma dei valori, soggetti al vincolo che la somma dei pesi non ecceda  $B$ .

nome	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
peso	4	13	22	52	27	22	29	23	9	47	48	20	15	5	24	17	5	13	17
valore	15	39	63	90	60	63	48	60	33	98	72	30	36	12	66	60	18	36	48

**2.1(1pt)** quanto vale la somma massima dei valori di elementi trasportabili (con somma dei pesi al più  $B = 36$ )? Quali elementi devo prendere?

**2.2 (1pt)** e nel caso  $B = 26$ ?

**2.3 (1pt)** e nel caso  $B = 33$ ?

**2.4 (1pt)** e nel caso  $B = 22$ ?

B	max val	peso	quali prendere
36			
26			
33			
22			

**Problema 3 (4 punti):**

Nel seguente array di interi, trovare un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia massima.

14	-12	23	-13	21	-39	31	-20	23	-31	16	-32	5	-15	30	-22	6	-8	21	-25	13	-18	7	-6	5	-2	6
----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	----	-----	---	----	----	-----	----	-----	---	----	---	----	---

**3.1(1pt)** quale è il massimo valore di somma di un sottointervallo? Quale sottointervallo devo prendere?

**3.2 (1pt)** e nel caso sia richiesto di partire dal primo elemento?

**3.3 (1pt)** e nel caso sia richiesto di includere il 10° elemento?

**3.4 (1pt)** e nel caso sia richiesto di includere sia il 6° che il 10° elemento?

tipo intervallo	max sum	parte da pos.	arriva a pos.	parte da val.	arriva a val.
qualsiasi					
include primo					
include 10°					
include 6° e 10°					

**Problema 4 (4 punti):**

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

6	19	13	7	9	26	33	57	10	31	66	14	37	24	17	51	15	12	8	30	16	11	34	44	49	18
---	----	----	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	----	----	----	----	----	----

**4.1(1pt)** trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

**4.2(1pt)** trovare una sottosequenza decrescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

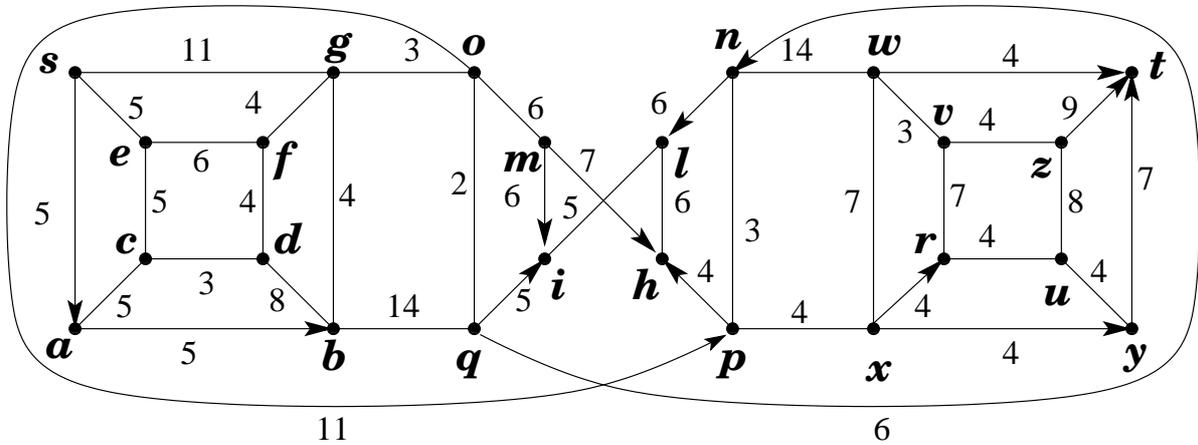
**4.3(1pt)** Una sequenza è detta una V-sequenza se cala fino ad un certo punto, e da lì in poi cresce sempre. Trovare la più lunga V-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

**4.4(1pt)** trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 12. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
decrescente		
V-sequenza		
crescente con 12		

**Problema 5 (15 punti):**

Si consideri il grafo  $G$ , con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no.
- 5.2.(3pt) Trovare un albero dei cammini minimi dal nodo  $s$  a tutti gli altri nodi del grafo.
- 5.3.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.4.(3pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.5.(3pt) Trovare un massimo flusso dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .
- 5.6.(3pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .

**Problema 6 (6 punti):**

Si consideri la soluzione  $x_3 = x_6 = 0$ ,  $x_1 = 6$ ,  $x_2 = 5$ ,  $x_4 = 10$ ,  $x_5 = 14$  del seguente problema.

$$\begin{cases} \max & x_1 + 6x_2 + C_3x_3 + 20x_4 + 10x_5 + C_6x_6 \\ & \begin{cases} x_1 + x_2 & \leq 12 \\ & x_3 + x_4 & \leq 10 \\ & & x_5 + x_6 & \leq 14 \\ x_1 & + x_3 & + x_5 & \leq 20 \\ & x_2 & + x_4 & + x_6 & \leq 15 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 & \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

- 1.1.(1pt) Verificare esplicitamente che la soluzione proposta è ammissibile.
- 1.2.(1pt) Scrivere il problema duale.
- 1.3.(1pt) Impostare il sistema che esprima le condizioni agli scarti complementari.
- 1.4.(1pt) Risolvere il sistema per trovare una soluzione duale complementare alla soluzione primale fornita.
- 1.5.(1pt) Per quali valori dei parametri  $C_3$  e  $C_6$  la soluzione assegnata è ottima? Indica con chiarezza tutte le verifiche che sei stato chiamato a compiere.

**LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:****PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi: (1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

**PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti**

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.

**COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame**

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.