

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 21 gennaio 2009 Facoltà di Ingegneria - Udine

Problema 1 (5 punti):

Un'azienda chimica produce quattro tipi di colla, A, B, C, D , utilizzando 3 materie prime P_1, P_2 e P_3 . Per la produzione della colla D , inoltre, sono impiegate anche una certa quantità di A e di B . In tabella sono riportate le quantità, in Kg, di componenti che sono necessari per produrre un Kg di ogni tipo di colla.

Colla	P_1	P_2	P_3	A	B
A	0,2	0,4	0,3	-	-
B	0,4	0,1	0,2	-	-
C	0,2	0,5	0,1	-	-
D	0,1	0,1	0,2	0,1	0,3

Per il prossimo mese sono stati acquistati 1000, 1500 e 750 Kg di P_1, P_2 e P_3 , rispettivamente. Nella tabella seguente sono riportati i profitti (in Euro per Kg di prodotto) di vendita per ogni tipo di colla.

	A	B	C	D
Profitto	2	2,5	2,5	3

Formulare il problema di pianificare la produzione del prossimo mese in modo da massimizzare il profitto, sapendo che la quantità di colla D prodotta non deve essere superiore a 500Kg.

Problema 2 (4 punti):

Sia $B = 36$ la capacità del mio zaino. Si supponga di voler trasportare un sottoinsieme dei seguenti elementi a massima somma dei valori, soggetti al vincolo che la somma dei pesi non ecceda B .

nome	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
peso	4	13	22	52	27	22	29	23	9	47	48	20	15	5	24	17	5	13	17
valore	5	13	21	30	20	21	16	20	11	99	32	10	12	4	22	20	6	12	16

2.1(1pt) quanto vale la somma massima dei valori di elementi trasportabili (con somma dei pesi al più $B = 36$)? Quali elementi devo prendere?

2.2 (1pt) e nel caso $B = 26$?

2.3 (1pt) e nel caso $B = 33$?

2.4 (1pt) e nel caso $B = 22$?

B	max val	peso	quali prendere
36			
26			
33			
22			

Problema 3 (4 punti):

Nel seguente array di interi, trovare un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia massima.

20	-19	24	-13	21	-39	31	-20	23	-31	16	-32	5	-15	30	-22	6	-8	21	-25	13	-18	7	-5	4	-1	5
----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	----	-----	---	----	----	-----	----	-----	---	----	---	----	---

3.1(1pt) quale è il massimo valore di somma di un sottointervallo? Quale sottointervallo devo prendere?

3.2 (1pt) e nel caso sia richiesto di partire dal primo elemento?

3.3 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere il 18-esimo elemento?

3.4 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere sia il 14-esimo che il 16-esimo elemento?

tipo intervallo	max sum	parte da pos.	arriva a pos.	parte da val.	arriva a val.
qualsiasi					
include primo					
include 18-esimo					
include 14-esimo e 16-esimo					

Problema 4 (4 punti):

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

10	23	17	11	13	30	37	61	14	35	60	18	41	28	21	55	19	16	12	34	20	15	38	48	53	22
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

4.1(1pt) trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.2(1pt) trovare una sottosequenza decrescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

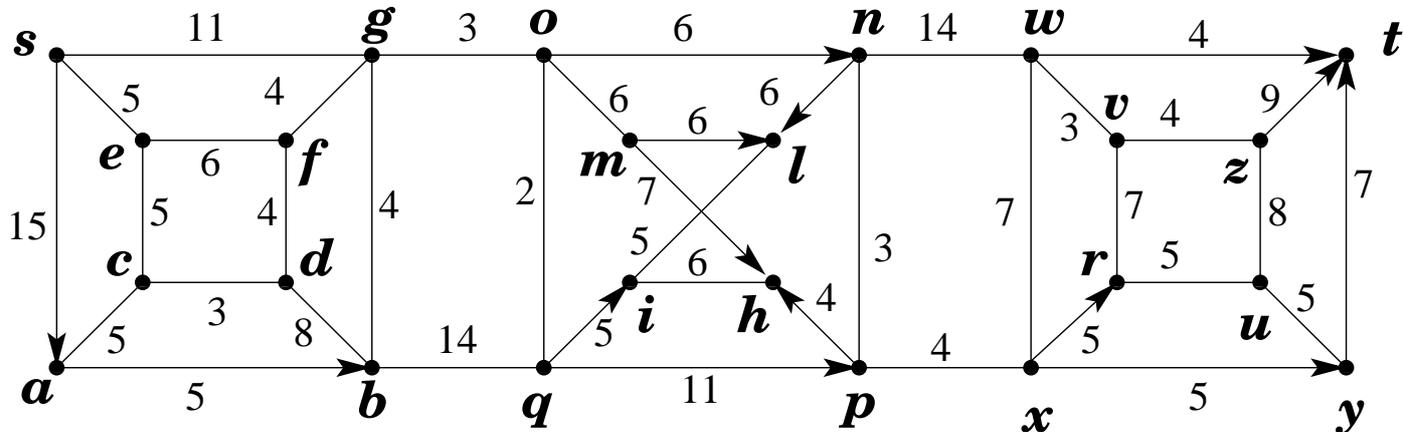
4.3(1pt) Una sequenza è detta una V-sequenza se cala fino ad un certo punto, e da lì in poi cresce sempre. Trovare la più lunga V-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.4(1pt) trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 16. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
decrescente		
V-sequenza		
crescente con 16		

Problema 5 (15 punti):

Si consideri il grafo G , con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(2pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no.
- 5.2.(2pt) Dire quale sia il minimo numero di archi la cui rimozione renda il grafo bipartito fornendo i certificati del caso.
- 5.3.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.4.(3pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.5.(3pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 5.6.(3pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .

Problema 6 (6 punti):

Si consideri la soluzione $x_3 = x_6 = 0$, $x_1 = 12$, $x_2 = 10$, $x_4 = 20$, $x_5 = 28$ del seguente problema.

$$\begin{cases} \max & x_1 + 6x_2 + 16x_3 + 20x_4 + 10x_5 + 10x_6 \\ & \begin{cases} x_1 + x_2 & \leq 24 \\ & x_3 + x_4 & \leq 20 \\ & & x_5 + x_6 & \leq 28 \\ x_1 & + x_3 & + x_5 & \leq 40 \\ & x_2 & + x_4 & + x_6 & \leq 30 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 & \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

- 1.1.(1pt) Verificare esplicitamente che la soluzione proposta è ammissibile.
- 1.2.(1pt) Scrivere il problema duale.
- 1.3.(1pt) Impostare il sistema che esprima le condizioni agli scarti complementari.
- 1.4.(1pt) Risolvere il sistema per trovare una soluzione duale complementare alla soluzione primale fornita.
- 1.5.(1pt) La soluzione assegnata è ottima? Indica con chiarezza tutte le verifiche che sei stato chiamato a compiere.

LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:**PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi: (1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.