

NOME: .....

COGNOME: .....

MATRICOLA: .....

FIRMA: .....

## Esame di Ricerca Operativa - 17 luglio 2008 Facoltà di Ingegneria - Udine

**Problema 1 (5 punti):**

Si consideri la soluzione  $x_1 = x_4 = 0$ ,  $x_2 = 10$ ,  $x_3 = 14$ ,  $x_5 = 6$ ,  $x_6 = 5$  del seguente problema.

$$\begin{array}{l} \max \quad 12x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 10x_4 + x_5 + 6x_6 \\ \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 \leq 10 \\ \quad \quad \quad x_3 + x_4 \leq 14 \\ \quad \quad \quad \quad \quad x_5 + x_6 \leq 12 \\ x_1 \quad + x_3 \quad + x_5 \leq 20 \\ \quad \quad x_2 \quad + x_4 \quad + x_6 \leq 15 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

- 1.1.(1pt) Verificare esplicitamente che la soluzione proposta è ammissibile.
- 1.2.(1pt) Scrivere il problema duale.
- 1.3.(1pt) Impostare il sistema che esprima le condizioni agli scarti complementari.
- 1.4.(1pt) Risolvere il sistema per trovare una soluzione duale complementare alla soluzione primale fornita.
- 1.5.(1pt) La soluzione assegnata è ottima? Indica con chiarezza tutte le verifiche che sei stato chiamato a compiere.

**Problema 2 (4 punti):**

Sia  $B = 36$  la capacità del mio zaino. Si supponga di voler trasportare un sottoinsieme dei seguenti elementi a massima somma dei valori, soggetti al vincolo che la somma dei pesi non ecceda  $B$ .

nome	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
peso	4	15	22	52	27	9	29	23	5	47	48	20	13	17	24	22	5	13	17
valore	5	12	21	30	20	11	16	20	6	71	32	10	13	20	22	21	4	12	16

- 2.1(1pt) quanto vale la somma massima dei valori di elementi trasportabili (con somma dei pesi al più  $B = 36$ )? Quali elementi devo prendere?
- 2.2 (1pt) e nel caso  $B = 25$ ?
- 2.3 (1pt) e nel caso  $B = 34$ ?
- 2.4 (1pt) e nel caso  $B = 21$ ?

B	max val	peso	quali prendere
36			
25			
34			
21			

**Problema 3 (4 punti):**

Nel seguente array di interi, trovare un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia massima.

5	-1	4	-5	27	-8	33	-20	23	-31	16	-32	4	-15	39	-22	6	-8	21	-34	11	-55	21	-13	24	-39	25
---	----	---	----	----	----	----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	----	-----	---	----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----

**3.1(1pt)** quale è il massimo valore di somma di un sottointervallo? Quale sottointervallo devo prendere?

**3.2 (1pt)** e nel caso sia richiesto di partire dal primo elemento?

**3.3 (1pt)** e nel caso sia richiesto di includere il 18-esimo elemento?

**3.4 (1pt)** e nel caso sia richiesto di includere sia il 14-esimo che il 16-esimo elemento?

tipo intervallo	max sum	parte da pos.	arriva a pos.	parte da val.	arriva a val.
qualsiasi					
include primo					
include 18-esimo					
include 14-esimo e 16-esimo					

**Problema 4 (4 punti):**

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

17	22	24	18	20	37	44	68	21	41	67	25	47	35	60	62	26	23	19	41	61	30	45	55	28
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

**4.1(1pt)** trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

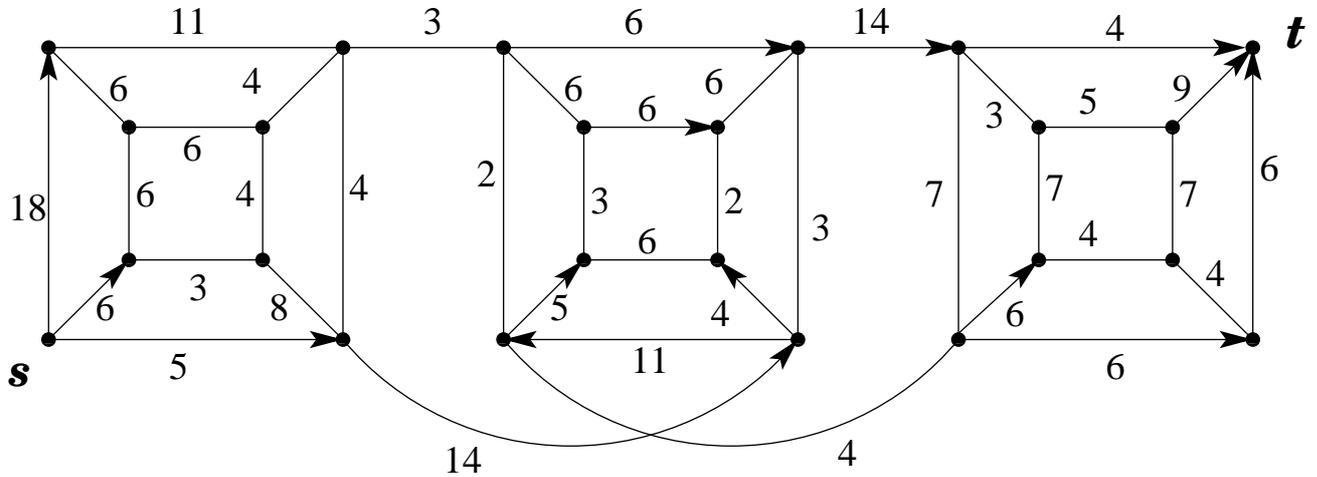
**4.2(2pt)** una sequenza è detta una N-sequenza, o sequenza crescente con un possibile ripensamento, se esiste un indice  $i$  tale che ciascuno degli elementi della sequenza esclusi al più il primo e l' $i$ -esimo sono strettamente maggiori dell'elemento che immediatamente li precede nella sequenza. Trovare la più lunga N-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

**4.3(1pt)** trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 47. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
N-sequenza		
crescente con 47		

**Problema 5 (17 punti):**

Si consideri il grafo  $G$ , con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(2pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no.
- 5.2.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.3.(2pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.4.(2pt) Trovare un albero dei cammini minimi da  $s$  e determinare le distanze di tutti i nodi da  $s$ .
- 5.5.(2pt) Trovare tutti gli alberi dei cammini minimi da  $s$ . (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.6.(3pt) Trovare un massimo flusso dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .
- 5.7.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .
- 5.8.(2pt) Dire quale sia il minimo numero di archi la cui rimozione renda il grafo bipartito fornendo sia certificato (1pt) del fatto che il grafo ottenuto a seguito della rimozione è bipartito sia certificato (1pt) del fatto che la rimozione di un numero minore di archi non poteva bastare.

**Problema 6 (4 punti):**

Un'azienda chimica produce quattro tipi di colla,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , utilizzando 3 materie prime  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ . Per la produzione della colla  $D$ , inoltre, sono impiegate anche una certa quantità di  $A$  e di  $B$  come specificato in tabella.

Colla	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$A$	$B$
$A$	0,2	0,4	0,3	-	-
$B$	0,4	0,1	0,2	-	-
$C$	0,2	0,5	0,1	-	-
$D$	0,1	0,1	0,2	0,1	0,3

Per il prossimo mese sono stati acquistati 1.000, 1.500 e 750 Kg di  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ , rispettivamente. Nella tabella seguente sono riportati rispettivamente i profitti (in Euro per Kg di prodotto) di vendita per ogni tipo di colla.

	$A$	$B$	$C$	$D$
profitto	2	2,5	2,5	3

Formulare il problema di pianificare la produzione del prossimo mese in modo da massimizzare il profitto, sapendo che la quantità di colla  $D$  prodotta non deve essere superiore a 500 Kg.

**LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:****PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi: (1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

**PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti**

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.

**COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame**

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.