

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 15 aprile 2008 Facoltà di Ingegneria - Udine

Problema 1 (4 punti):

Un'industria chimica produce tre composti chimici P_1 , P_2 e P_3 . Per la produzione dei composti P_1 e P_2 sono utilizzati due componenti C_1 e C_2 . Riportiamo in tabella le quantità (in quintali) di componenti che devono essere impiegate per produrre un quintale di P_1 e P_2 .

	C_1	C_2
P_1	0,7	0,3
P_2	0,2	0,8

Per la produzione di un quintale di P_3 devono essere impiegati il componente C_1 e il prodotto P_2 nelle quantità riportate nella seguente tabella.

	C_1	P_2
P_3	0,4	0,6

Per il prossimo periodo devono essere immessi sul mercato almeno 500, 1000 e 1500 quintali di P_1 , P_2 e P_3 rispettivamente. In un'ultima tabella riportiamo infine i prezzi (euro/quintale) di vendita dei tre composti.

prodotto	P_1	P_2	P_3
prezzo	70	60	85

Sapendo che sono disponibili in totale 1500 quintali di componente C_1 e 3000 quintali di componente C_2 , formulare come problema di Programmazione Lineare il problema di massimizzare il profitto nel prossimo periodo produttivo.

Problema 2 (4 punti):

Sia $B = 30$ la capacità del mio zaino. Si supponga di voler trasportare un sottoinsieme dei seguenti elementi a massima somma dei valori, soggetti al vincolo che la somma dei pesi non ecceda B .

nome	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
peso	47	27	28	48	9	5	17	24	52	17	4	22	22	15	5	13	23	13	20
valore	71	20	15	32	11	4	16	22	30	16	5	21	21	12	6	12	20	14	10

2.1(1pt) quanto vale la somma massima dei valori di elementi trasportabili (con somma dei pesi al più $B = 30$)? Quali elementi devo prendere?

2.2 (1pt) e nel caso $B = 25$?

2.3 (1pt) e nel caso $B = 29$?

2.4 (1pt) e nel caso $B = 21$?

B	max val	peso	quali prendere
30			
25			
29			
21			

Problema 3 (4 punti):

Nel seguente array di interi, trovare un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia massima.

3	-3	4	-5	27	-8	44	-20	23	-31	16	-32	4	-15	39	-22	6	-8	21	-34	11	-55	21	-13	24	-39	25
---	----	---	----	----	----	----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	----	-----	---	----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----

3.1(1pt) quale è il massimo valore di somma di un sottointervallo? Quale sottointervallo devo prendere?

3.2 (1pt) e nel caso sia richiesto di partire dal primo elemento?

3.3 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere il 18-esimo elemento?

3.4 (1pt) e nel caso sia richiesto di rimanere a destra del 15-esimo elemento?

tipo intervallo	max sum	parte da pos.	arriva a pos.	parte da val.	arriva a val.
qualsiasi					
include primo					
include 18-esimo					
a destra del 15-esimo					

Problema 4 (4 punti):

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

13	18	20	14	16	33	40	64	17	37	63	21	44	31	56	58	22	19	15	37	57	26	41	51	24
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

4.1(1pt) trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

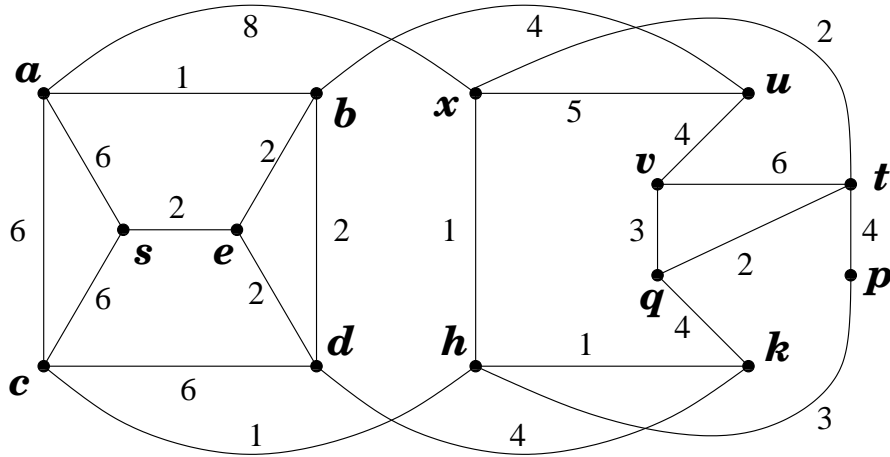
4.2(2pt) una sequenza è detta una N-sequenza, o sequenza crescente con un possibile ripensamento, se esiste un indice i tale che ciascuno degli elementi della sequenza esclusi al più il primo e l' i -esimo sono strettamente maggiori dell'elemento che immediatamente li precede nella sequenza. Trovare la più lunga N-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.3(1pt) trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 44. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
N-sequenza		
crescente con 44		

Problema 5 (12 punti):

Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no.
- 5.2.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.3.(2pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.4.(3pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 5.5.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .
- 5.6.(2pt) Dire, certificandolo, se il grafo ottenuto aggiungendo l'arco di estremi v e p è planare oppure no.

Problema 6 (7 punti):

Si consideri la soluzione $x_1 = x_2 = x_3 = 0$, $x_4 = 14$, $x_5 = 11$, $x_6 = 1$ del seguente problema.

$$\begin{cases} \max & 12x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 10x_4 + x_5 + 6x_6 \\ & \begin{cases} x_1 + x_2 & \leq 10 \\ & x_3 + x_4 & \leq 14 \\ & & x_5 + x_6 & \leq 12 \\ x_1 & + x_3 & + x_5 & \leq 20 \\ & x_2 & + x_4 & + x_6 & \leq 15 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 & \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

- 6.1.(1pt) Verificare esplicitamente che la soluzione proposta è ammissibile.
- 6.2.(1pt) Scrivere il problema duale.

- 6.3.(2pt) Impostare il sistema che esprima le condizioni agli scarti complementari.
- 6.4.(1pt) Risolvere il sistema per trovare una soluzione duale complementare alla soluzione primale fornita.
- 6.5.(2pt) La soluzione assegnata è ottima? Indica con chiarezza tutte le verifiche che sei stato chiamato a compiere.

LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi:
(1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.