

NOME: .....

COGNOME: .....

MATRICOLA: .....

FIRMA: .....

## Esame di Ricerca Operativa - 27 giugno 2007 Facoltà di Ingegneria - Udine

**Problema 1 (4 punti):**

Un salumificio produce tre tipi di insaccati che possono essere venduti così come sono oppure venire affumicati. In funzionamento normale, l'affumicatoio può lavorare 42 Kg di insaccati al giorno, ed in funzionamento straordinario può lavorare ulteriori 25 Kg. I profitti dei vari tipi di insaccato (in Euro), in ragione del trattamento subito, sono riportati in tabella.

insaccato	produzione giornaliera	profitto normale	profitto affumicato ord.	profitto affumicato straord.
1	48	8	14	11
2	40	4	12	7
3	23	4	13	9

Per esempio, la prima riga della tabella deve essere così interpretata:

giornalmente si producono 48 Kg dell'insaccato 1 che, se non affumicati comportano un profitto di 8 Euro/Kg. Se l'insaccato 1 viene affumicato diviene più pregiato ed il profitto passa da 8 a 14 Euro/Kg. Tuttavia tale profitto è di soli 11 Euro/Kg se si affumica in regime straordinario (bisogna considerare il costo per lo straordinario).

Si intende determinare una politica di gestione che massimizzi i profitti. Si formuli il problema mediante un modello di programmazione lineare.

**Problema 2 (4 punti):**

Sia  $B = 30$ . Trovare un sottoinsieme dei seguenti elementi la cui somma, soggetta al vincolo di non eccedere  $B$ , sia massima

4, 21, 52, 11, 17, 4, 21, 17, 21, 4, 27, 54, 6, 21, 27, 28, 48, 6, 8, 21, 52, 6

**2.1(1pt)** quale è il valore della somma massima? Quali elementi devo prendere?

**2.2 (1pt)** e nel caso  $B = 24$ ?

**2.3 (1pt)** e nel caso  $B = 26$ ?

**2.4 (1pt)** e nel caso  $B = 21$ ?

B	max sum	quali prendere
30		
24		
26		
21		

**Problema 3 (4 punti):**

Nel seguente array di interi, trovare un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia **minima**.

-13	24	-31	16	-32	4	-15	69	-22	6	-8	21	-4	11	-45	27	-8	44	-20	23	-39	25	-10	8	-15	7	-21
-----	----	-----	----	-----	---	-----	----	-----	---	----	----	----	----	-----	----	----	----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	---	-----

**3.1(1pt)** quale è il **minimo** valore di somma di un sottointervallo? Quale sottointervallo devo prendere?

**3.2 (1pt)** e nel caso sia richiesto di includere il primo elemento?

**3.3 (1pt)** e nel caso sia richiesto di includere l'11-esimo elemento?

**3.4 (1pt)** e nel caso sia richiesto di includere il 19-esimo elemento?

tipo intervallo	min sum	parte da	arriva a
qualsiasi			
include primo			
include 11-esimo			
include 19-esimo			

**Problema 4 (4 punti):**

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

23	17	19	14	18	32	39	60	17	36	61	20	41	30	55	57	21	18	14	36	59	25	40	51	23
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

**4.1(1pt)** trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

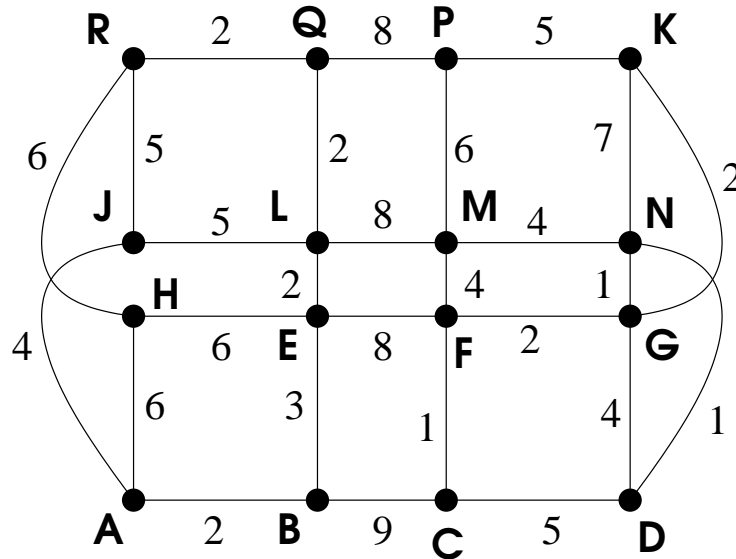
**4.2(2pt)** una sequenza è detta una Z-sequenza, o sequenza crescente con un possibile ripensamento, se esiste un indice  $i$  tale che ciascuno degli elementi della sequenza esclusi al più il primo e l' $i$ -esimo sono strettamente maggiori dell'elemento che immediatamente li precede nella sequenza. Trovare la più lunga Z-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

**4.3(1pt)** trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 21. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
Z-sequenza		
crescente con 21		

**Problema 5 (9 punti):**

Si consideri il grafo in figura.



Con riferimento al grafo in figura, si affrontino i seguenti gruppi di esercizi.

**GRUPPO 5.1 (5 PUNTI):**

**5.1.1(2pt)** Trovare l'albero ricoprente di peso minimo.

**5.1.2(1pt)** Indicare quali archi non siano contenuti in alcun albero ricoprente di peso minimo.

**5.1.3(1pt)** Indicare quali archi siano contenuti in ogni albero ricoprente di peso minimo.

**5.1.4(1pt)** Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).

**GRUPPO 5.2 (4 PUNTI):**

**5.2.3(2pt)** Il grafo in figura è bipartito? Fornire certificato. In caso contrario, quale è il minimo numero di archi la cui rimozione rende il grafo bipartito? (E certificare anche questa seconda risposta).

**5.2.4(2pt)** Il grafo in figura è planare? Fornire certificato. In caso contrario, quale è il minimo numero di archi la cui rimozione rende il grafo planare? (E certificare anche questa seconda risposta).

**Problema 6 (7 punti):**

$$\begin{array}{l} \max \quad -x_1 - 3x_2 - x_3 \\ \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 - 5x_2 + x_3 \leq -5 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 4 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

- 6.1(1pt)** Impostare il problema ausiliario.
- 6.2(1pt)** Scrivere il problema duale del problema originario.
- 6.3(1pt)** Porre il problema duale in forma standard.
- 6.4(1pt)** Risolvere il problema duale (in forma standard) con il metodo del simplesso.
- 6.5(1pt)** Ricavare una soluzione primale ottima e specificarne il valore.
- 6.6(2pt)** Per il problema primale, quanto si sarebbe disposti a pagare per ogni unità di incremento per l'availability del primo vincolo? (Per piccole variazioni.) E quanto per ogni unità di incremento per il secondo vincolo?

**Problema 7 (6 punti):**

Si consideri il seguente problema di PL.

$$\begin{array}{l} \max \quad 2x_1 + 3x_2 \\ \left\{ \begin{array}{l} x_1 \leq 5 \\ x_2 \leq 7 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

- 1.1(1pt)** Fornire la soluzione ottima  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ .
- 1.2(1pt)** Se la funzione obiettivo è il profitto di un'attività, quanto saremmo disposti a pagare per incrementare di un'unità il termine noto del primo vincolo? E per il secondo vincolo? E fino a dove saremmo disposti a pagare tale prezzo per incrementare le disponibilità delle due risorse? Vi è un limite a tali incrementi o il prezzo ombra rimane equo fino a  $+\infty$ ? (Se vi è un limite, specificare quale).
- 1.3(1pt)** Di quanto dovremmo alterare il primo coefficiente della funzione obiettivo affinché la soluzione non sia più ottima?
- 1.4(1pt)** Secondo te il problema duale ha una soluzione ammissibile che sia gemella di  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$  nel senso che soddisfi con essa le condizioni agli scarti complementari? Argomentare il perchè.
- 1.5(1pt)** È quantomeno possibile concludere che, nel caso essa esista, allora tale soluzione duale è unica? O ve ne possono essere un numero finito, od infinito? Argomentare il perchè.

- 1.6(1pt) Aggiungere un vincolo in modo che la soluzione ottima  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$  individuata al primo punto resti ammissibile, ma nel contempo le condizioni agli scarti complementari non possano sicuramente più consentire di individuare univocamente una soluzione duale gemella.

### LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

#### PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi:  
(1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

#### PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.

#### COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.