

Esame di Ricerca Operativa - 7 marzo 2006

Facoltà di Ingegneria - Udine

Problema 1: Si consideri la soluzione $x_1 = x_2 = 3, x_3 = x_4 = 0$ del seguente problema.

$$\begin{array}{l} \max \quad 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 8x_4 \\ \left\{ \begin{array}{l} 5x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 9 \\ x_1 + 3x_2 - x_4 \leq 12 \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 30 \\ x_1 + x_2 \leq 150 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Verificare esplicitamente¹ che la soluzione proposta è ammissibile. Utilizzare gli scarti complementari per verificarne o confutarne l'ottimalità. La soluzione assegnata è ottima?

Problema 2: Stabilire la veridicità delle seguenti affermazioni:

Se un problema di PL in forma standard ha una soluzione ottima non di base allora tale problema

1. *È necessariamente ammissibile.*
2. *È necessariamente degenera ossia ha almeno una soluzione di base degenera.*
3. *Può essere illimitato.*
4. *Ha un duale che è necessariamente ammissibile.*
5. *Ha un duale che è necessariamente limitato.*
6. *Ha sicuramente un duale.*
7. *Ha almeno una soluzione di base ottima.*
8. *Ha almeno due soluzioni di base ottime.*

Ti è richiesto di argomentare le tue risposte. Nell'argomentarle puoi fare riferimento ad enunciati noti, ove positive, oppure devi proporre controesempi, ove negative. Non è necessario rispondere a tutte le domande: sono indipendenti, e non ti conviene azzardare risposte (penalità per le eresie).

Problema 3:

$$\begin{array}{l} \max \quad 2x_1 + x_2 - x_3 \\ \left\{ \begin{array}{l} x_1 \leq 1 \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

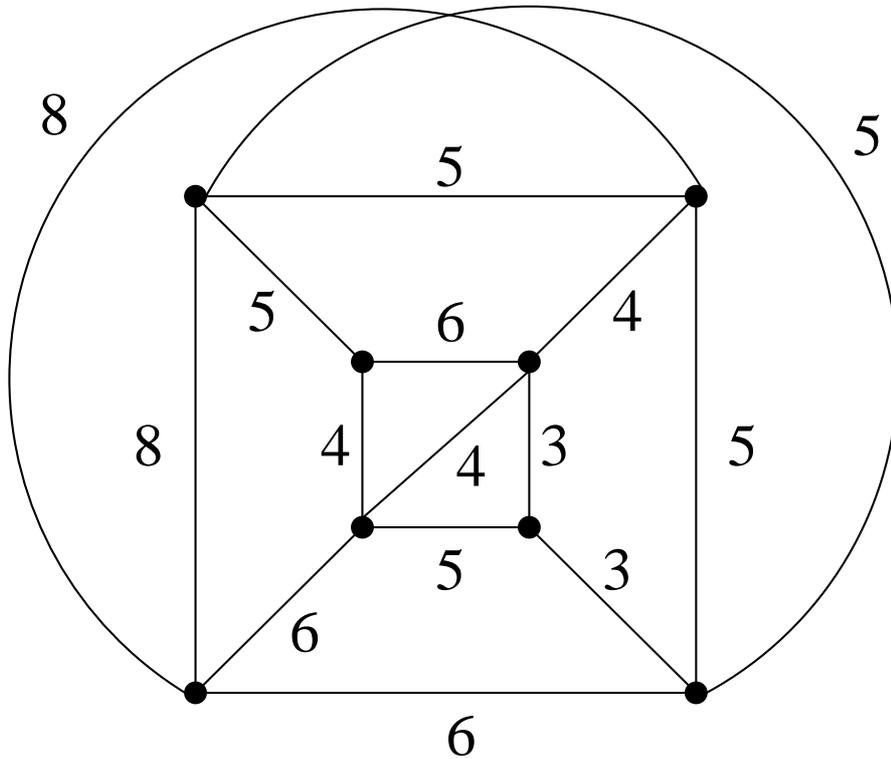
- Risolvere².
- Se la funzione obiettivo è il profitto di un'attività, quanto saremmo disposti a pagare per incrementare di un'unità il termine noto nel primo o secondo vincolo? E fino a dove saremmo disposti a pagare tale prezzo?
- Di quanto dovremmo alterare ciascun coefficiente nella funzione obiettivo (singolarmente) affinché la soluzione non sia più ottima?

¹In questo caso, se scorgi e sai motivare delle semplificazioni, valuto che ciò possa essere meritorio.

²In questo caso, se scorgi e sai motivare delle semplificazioni puoi risparmiare del lavoro a tuo vantaggio.

Problema 4:

Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 4.1. Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 4.2. Indicare quali archi siano contenuti in ogni soluzione ottima, ossia quali archi non possano essere rimossi senza peggiorare la qualità della soluzione ottima.
- 4.3. Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo.
- 4.4. Il grafo rappresentato in figura ammette un ciclo Euleriano? Fornisci un certificato per la tua risposta.
- 4.5. Il grafo rappresentato in figura ammette un cammino Euleriano? Fornisci un certificato per la tua risposta.
- 4.6. Il grafo rappresentato in figura è planare? Fornisci un certificato per la tua risposta.