

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 25 febbraio 2009 Facoltà di Architettura - Udine

Problema 1 (5 punti):

Un mobilificio produce due tipi di scaffali. Ogni scaffale richiede una certa quantità di legno, un certo numero di viti e bulloni, e un certo numero di ore di manodopera. Sono disponibili complessivamente 100 kg di legno, 500 viti e bulloni (che sono sempre usati a coppie), e 300 ore di manodopera. Tutti i tipi di scaffali possono anche essere incollati, e quindi realizzati senza viti e bulloni, tuttavia questa scelta produce un prodotto di minore qualità, venduto quindi a un prezzo inferiore.

Data la seguente tabella in cui sono riportati i dati del problema, formulare come PL il problema di determinare il piano di produzione ottimo.

tipo	legno (kg)	viti/bulloni	manod. (ore)	euro/scaffale avv. it.	euro/scaffale incoll.
A	2	4	1.5	250	150
B	1.5	7	3	200	120

Problema 2 (4 punti):

Sia $B = 36$ la capacità del mio zaino. Si supponga di voler trasportare un sottoinsieme dei seguenti elementi a massima somma dei valori, soggetti al vincolo che la somma dei pesi non ecceda B .

nome	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
peso	4	13	22	52	27	22	29	23	9	47	48	20	15	5	24	17	5	13	17
valore	15	39	63	90	60	63	48	60	33	98	72	30	36	12	66	60	18	36	48

2.1(1pt) quanto vale la somma massima dei valori di elementi trasportabili (con somma dei pesi al più $B = 36$)? Quali elementi devo prendere?

2.2 (1pt) e nel caso $B = 26$?

2.3 (1pt) e nel caso $B = 33$?

2.4 (1pt) e nel caso $B = 22$?

B	max val	peso	quali prendere
36			
26			
33			
22			

Problema 3 (4 punti):

Nel seguente array di interi, trovare un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia massima.

14	-12	23	-13	21	-39	31	-20	23	-31	16	-32	5	-15	30	-22	6	-8	21	-25	13	-18	7	-6	5	-2	6
----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	----	-----	---	----	----	-----	----	-----	---	----	---	----	---

3.1(1pt) quale è il massimo valore di somma di un sottointervallo? Quale sottointervallo devo prendere?

3.2 (1pt) e nel caso sia richiesto di partire dal primo elemento?

3.3 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere il 10° elemento?

3.4 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere sia il 6° che il 10° elemento?

tipo intervallo	max sum	parte da pos.	arriva a pos.	parte da val.	arriva a val.
qualsiasi					
include primo					
include 10°					
include 6° e 10°					

Problema 4 (4 punti):

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

6	19	13	7	9	26	33	57	10	31	66	14	37	24	17	51	15	12	8	30	16	11	34	44	49	18
---	----	----	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	----	----	----	----	----	----

4.1(1pt) trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.2(1pt) trovare una sottosequenza decrescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

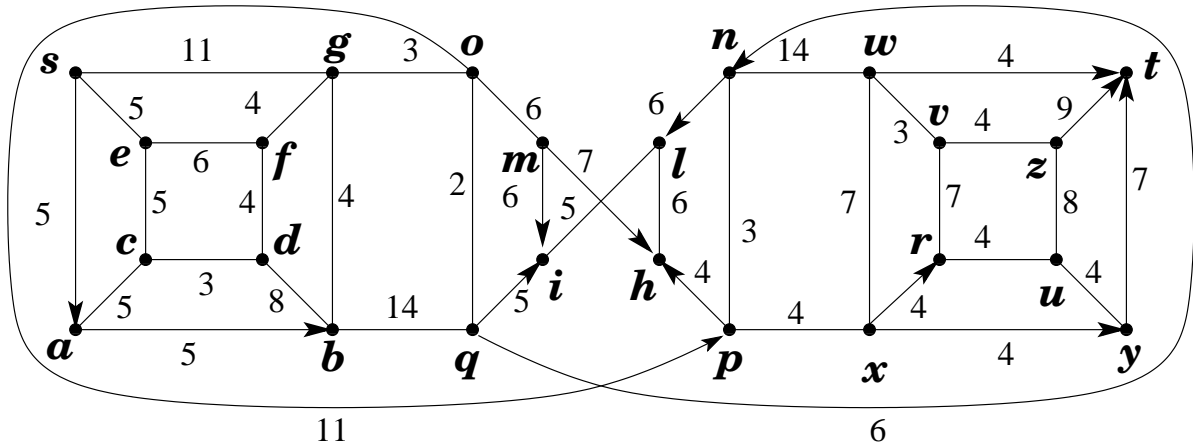
4.3(1pt) Una sequenza è detta una V-sequenza se cala fino ad un certo punto, e da lì in poi cresce sempre. Trovare la più lunga V-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.4(1pt) trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 12. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
decrescente		
V-sequenza		
crescente con 12		

Problema 5 (15 punti):

Si consideri il grafo G , con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no.
- 5.2.(3pt) Trovare un albero dei cammini minimi dal nodo s a tutti gli altri nodi del grafo.
- 5.3.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.4.(3pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.5.(3pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 5.6.(3pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .

Problema 6 (6 punti):

Si consideri la soluzione $x_3 = x_6 = 0$, $x_1 = 6$, $x_2 = 5$, $x_4 = 10$, $x_5 = 14$ del seguente problema.

$$\begin{cases} \max & x_1 + 6x_2 + C_3x_3 + 20x_4 + 10x_5 + C_6x_6 \\ & \begin{cases} x_1 + x_2 & \leq 12 \\ & x_3 + x_4 & \leq 10 \\ & & x_5 + x_6 & \leq 14 \\ x_1 & + x_3 & + x_5 & \leq 20 \\ & x_2 & + x_4 & + x_6 & \leq 15 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 & \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

- 1.1.(1pt) Verificare esplicitamente che la soluzione proposta è ammissibile.
- 1.2.(1pt) Scrivere il problema duale.
- 1.3.(1pt) Impostare il sistema che esprima le condizioni agli scarti complementari.
- 1.4.(1pt) Risolvere il sistema per trovare una soluzione duale complementare alla soluzione primale fornita.
- 1.5.(1pt) Per quali valori dei parametri C_3 e C_6 la soluzione assegnata è ottima? Indica con chiarezza tutte le verifiche che sei stato chiamato a compiere.

LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:**PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi: (1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.