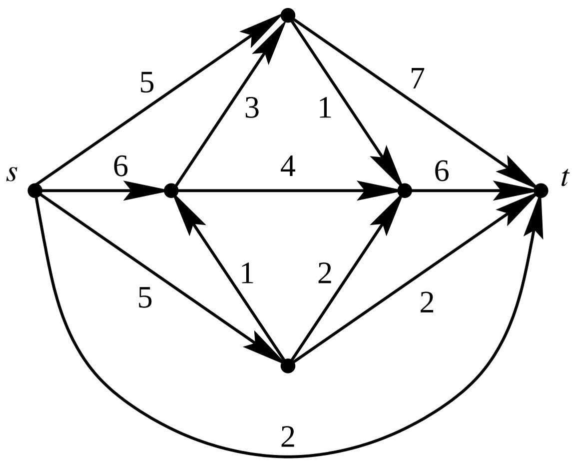
Prova Scritta di Programmazione Matematica

– prototipo 1 –

Problema 1:



1. Trovare il flusso massimo da s a t.
2. Fornire un'argomentazione per l'ottimalità.
3. Di quali archi posso ridurre la capacità senza ridurre il valore del flusso massimo?

Problema 2:

$$\max\ x_1 + x_2$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_2 + 2x_1 \leq 7 \\ x_1 \leq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

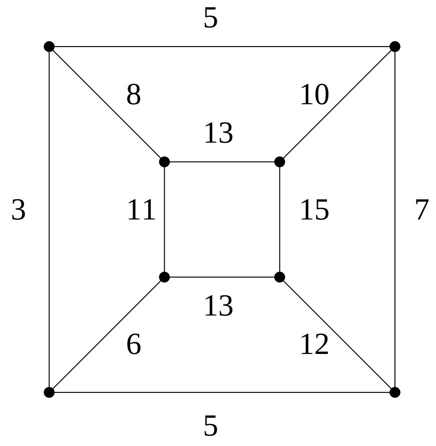
- Risolvere sia per via grafica che algebricamente.
- Se la funzione obiettivo è il profitto di un'attività, quanto saremmo disposti a pagare per incrementare di un'unità il termine noto nel primo o secondo vincolo? E fino a dove saremmo disposti a pagare tale prezzo?
- Di quanto dovremmo alterare ciascun coefficiente nella funzione obiettivo (singolarmente) affinchè la soluzione non sia più ottima?

Problema 3:

$$\max\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4$$
$$\begin{cases} 2x_1 + \ \ x_2 + \ 3x_3 + \ 2x_4 \ \leq \ 8 \\ 3x_1 + \ 2x_2 + \ 2x_3 + \ \ x_4 \ \leq \ 7 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

- Scrivere il duale e risolverlo per via grafica.
- Utilizzare gli scarti complementari per trovare la soluzione primale ottima.

Problema 4:



1. Trovare un accoppiamento perfetto di peso minimo.
2. Fornire un certificato di ottimalità.
3. Indicare quali accoppiamenti perfetti siano ottimi.

Problema 5 *(coincisione, chiarezza e semplicità)*:

1. Dare una definizione assiomatica di matroide in base alle proprietà degli insiemi indipendenti.
2. Dimostrare che le foreste di un grafo formano gli insiemi indipendenti di un matroide.
3. Dimostrare che l'algoritmo Greedy ritorna sempre l'ottimo se la struttura su cui opera è un matroide.
4. Dare una definizione assiomatica di matroide utilizzando le proprietà delle basi.
5. Dimostrare l'equivalenza delle definizioni date.

Problema 6 *(facoltativo)*:
Dare una dimostrazione di *NP*-completezza a scelta. La meno triviale è, meglio è.