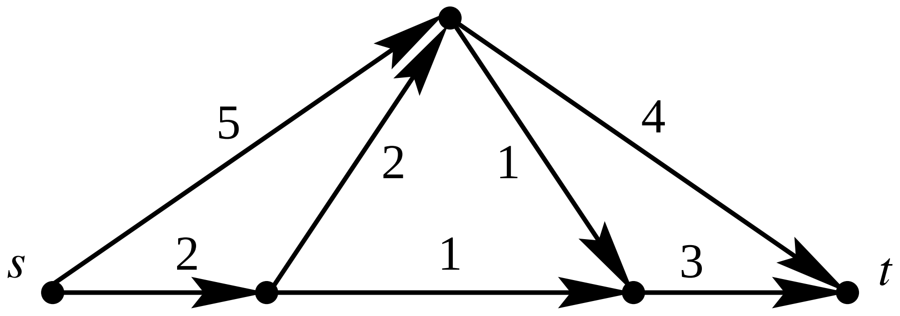
Compito di Programmazione Matematica

29 Ottobre 1998

Problema 1:



1. Fornire un flusso massimo da s a t.
2. Fornire un'argomentazione per l'ottimalità.
3. Di quali archi posso ridurre la capacità senza ridurre il valore del flusso massimo?
4. Formulare come un problema di PL dove le variabili di decisione definiscano una circolazione.
5. Scrivere il duale.
6. Fornire una soluzione primale ottima ed una soluzione duale ottima.

Problema 2:

$$\max\ x_1 + x_2$$
$$\begin{cases} x_1 \ + 2x_2 \ \leq \ 4 \\ x_2 \ + 2x_1 \ \leq \ 3 \\ x_1 \ \leq \ 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1. Risolvere sia per via grafica che algebricamente.
2. Se la funzione obiettivo è il profitto di un'attività, quanto saremmo disposti a pagare per incrementare di un'unità il termine noto nel primo o secondo vincolo? E fino a dove saremmo disposti a pagare tale prezzo?
3. Di quanto dovremmo alterare ciascun coefficiente nella funzione obiettivo (singolarmente) affinchè la soluzione non sia più ottima?

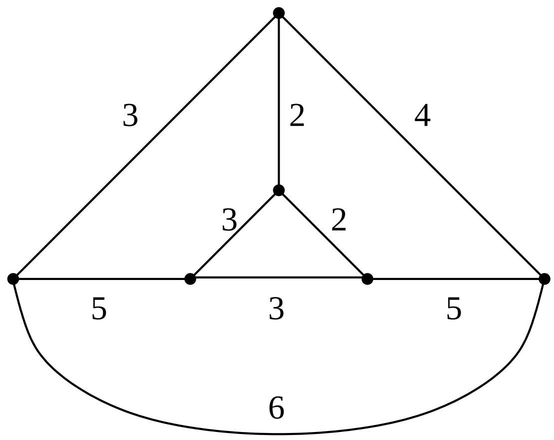
Problema 3:

$$\max\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$
$$\begin{cases} \quad\quad x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 + x_6 \leq 3 \\ x_1 - x_2 + x_4 + x_5 - x_6 \leq 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 + x_6 \leq 2 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

Si consideri la soluzione: $x_1 = \frac{3}{2},\ x_2 = \frac{2}{3},\ x_5 = \frac{5}{6},\ x_6 = \frac{2}{3},\ x_3 = x_4 = 0.$

1. È ammissibile?
2. È ottima?
3. È di base?
4. Trovare le soluzioni ottime di base. (Avvalersi del lavoro svolto al punto **2.**).

Problema 4:



1. Fornire un accoppiamento perfetto di peso minimo.
2. Fornire un certificato di ottimalità.
3. Indicare quali accoppiamenti perfetti siano ottimi, motivando la risposta con riferimento al certificato di ottimalità fornito al punto **2.**).

Problema 5 *(coincisione, chiarezza e semplicità)*:

1. Dimostrare la formula di Eulero per grafi planari
2. Utilizzare la formula di Eulero per dimostrare che K_5 e $K_{3,3}$ non sono planari.
