Provetta sulla PL

Problema 1:

$$\max\ 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 8x_4$$
$$\begin{cases} 5x_1 - \ 2x_2 + \ x_3 \ \leq \ 9 \\ x_1 + \ 3x_2 - \ x_4 \ \leq \ 12 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Considerare la soluzione $x_1 = x_2 = 3$ e $x_3 = x_4 = 0$. La soluzione proposta è ammissibile? È di base? È ottima?

Problema 2: Se un problema di PL in forma standard ha una soluzione ottima non di base allora.

- □ È necessariamente ammissibile.
- □ È necessariamente degenere ossia ha almeno una soluzione di base degenere.
- □ Può essere illimitato.
- □ Il duale è necessariamente ammissibile.
- □ Il duale è necessariamente limitato.
- □ Ha almeno una soluzione di base ottima.
- □ Ha almeno due soluzioni di base ottime.

Argomentare sinteticamente ma efficacemente le risposte.

Problema 3: Costruire un problema di PL dove nè il primale nè il duale siano ammissibili.

Problema 4:

$$\max\ 2x_1 + x_2$$
$$\begin{cases} x_1 \ \leq \ 1 \\ -x_1 \ + x_2 \ \leq \ 3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- Risolvere sia per via grafica che algebricamente.
- Se la funzione obiettivo è il profitto di un'attività, quanto saremmo disposti a pagare per incrementare di un'unità il termine noto nel primo o secondo vincolo? E fino a dove saremmo disposti a pagare tale prezzo?

- Di quanto dovremmo alterare ciascun coefficiente nella funzione obiettivo (singolarmente) affinchè la soluzione non sia più ottima?

Problema 5 *(facoltativo)*: Si cosideri il gioco finito a due giocatori e somma zero *Carta, forbice e sasso.*

- Dare la matrice dei pagamenti.
- Dare la strategia mista ottima per il giocatore A e dimostrarne l'ottimalità.
- Mostrare che se A adotta la sua strategia mista ottima allora nessuna strategia di B risulta preferibile sulle altre.
- **provare o dare un controesempio:** la proprietà discussa al punto precedente è valida in generale per tutti i giochi finiti a due giocatori e somma zero.

Problema 6 *(facoltativo)*: Dato un sistema di diseguaglianze

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 + & \dots + & a_{1,n}x_n & \leq & b_1 \\ \dots & \dots & \dots & \leq & \dots \\ a_{m,1}x_1 + & \dots + & a_{1,n}x_n & \leq & b_m \end{cases}$$

dirò che esse implicano la diseguaglianza $c_1x_1 + \ldots + c_nx_n \leq z$ se ogni $\bar{x} = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ che soddisfa l'insieme soddisfa anche la diseguaglianza $c_1x_1 + \ldots + c_nx_n \leq z$. Si consideri il problema di decidere se un dato sistema implichi o meno una data diseguaglianza.

- Impostare come un problema di PL.
- Se l'implicazione vale come posso dimostrarlo succintamente? Se essa non vale come posso dimostrarlo succintamente?
- Derivarne un teorema che caratterizzi (se e solo se) quando un insieme di diseguaglianze implichi una diseguaglianza.

In bocca al lupo.