Homeworks proposti in data 5 Marzo 1998

Contenuto della lezione del 5 Marzo 1998

L'homework proposto la volta scorsa consisteva nel produrre un controesempio alla seguente congettura: se ad una certa iterazione del metodo del simplesso il costo ridotto relativo ad una variabile non in base é negativo allora posso concludere che quella variabile sarà ancora non in base al raggiungimento della soluzione ottimale.

Sfruttando la visione geometrica siamo di fatto andati a proporre due controesempi a questa congettura. Gli spazi delle soluzioni ammissibili ed il gradiente della funzione obbiettivo sono rappresentati, per questi due problemi, in figura.

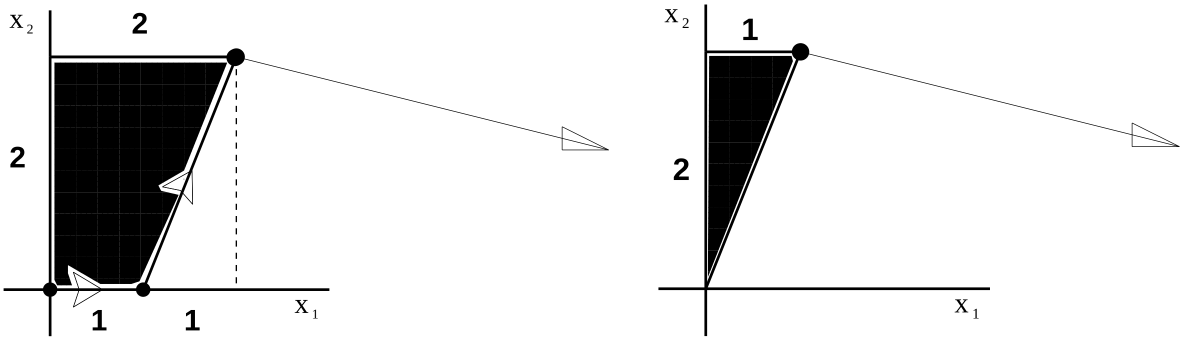

Figura 1: Due controesempi, il secondo essenziale.

Dalla rappresentazione nel piano siamo quindi risaliti alla formulazione algebrica dei due problemi che abbiamo poi risolto con il metodo del simplesso verificando come essi disprovassero effettivamente la congettura in questione.

Nel seguire questo percorso, e limitatamente al secondo esempio, abbiamo tuttavia individuato un'anomalia nel metodo del simplesso e l'abbiamo battezzata *degenerazione*. Nonostante questo fenomeno di degenerazione il metodo riusciva comunque a portarci alla soluzione ottimale. Era però d'obbligo a questo punto chiedersi se questa anomalia non potesse inficiare la validità del metodo e far sì che esso non terminasse su alcuni problemi particolarmente sfortunati. La risposta è stata SI': il metodo del simplesso può andare in *ciclo*. Abbiamo proposto una strategia per ridurre la probabilitá di degenerare e quindi di ciclare: il *metodo delle perturbazioni*. Abbiamo dato un esempio dove un'implementazione semplicistica del metodo delle perturbazioni non risulta sufficiente ad evitare di andare in ciclo. (L'esempio é quello riportato quì sotto come homework.) Si è quindi intodotto il *metodo lessicografico* come implementazione accorta del metodo delle perturbazioni. Si é dimostrato che con il metodo lessicografico la degenerazione non può più avere luogo. Pertanto l'impiego del metodo lessicografico impedisce al metodo del simplesso di entrare in ciclo e ne garantisce quindi la terminazione.

Homeworks proposti

Nel seguente problema di PL la quantità ϵ è stata introdotta come piccola perturbazione al fine di ridurre la probabilitá di degenerazione. Mostrare che nonostante ciò il metodo del simplesso non solo si trova in presenza di degenerazione ma addirittura va in ciclo.

$$
\max \ z = 10x_1 - 57x_2 - 9x_3 - 24x_4 + 100x_5
$$
$$
\begin{cases}
 & & & & x_5 & \leq & 1+\epsilon \\
0.5x_1 - & 5.5x_2 - & 2.5x_3 + & 9x_4 + & x_5 & \leq & 1+\epsilon \\
0.5x_1 - & 1.5x_2 - & 0.5x_3 + & x_4 + & x_5 & \leq & 1+\epsilon \\
x_1 & & & + & x_5 & \leq & 2+\epsilon \\
x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{cases}
$$

Buon Lavoro!