

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 7 febbraio 2013 Facoltà di Scienze MM.FF.NN. - Verona

Problema 1 (5 punti):

Un'azienda chimica produce quattro tipi di colla, A, B, C, D , utilizzando 3 materie prime P_1, P_2 e P_3 . Per la produzione della colla D , inoltre, sono impiegate anche una certa quantità di A e di B . In tabella sono riportate le quantità, in Kg, di componenti che sono necessari per produrre un Kg di ogni tipo di colla.

| Colla | P_1 | P_2 | P_3 | A | B |
|-------|-------|-------|-------|-----|-----|
| A | 0,2 | 0,4 | 0,3 | - | - |
| B | 0,4 | 0,1 | 0,2 | - | - |
| C | 0,2 | 0,5 | 0,1 | - | - |
| D | 0,1 | 0,1 | 0,2 | 0,1 | 0,3 |

Per il prossimo mese sono stati acquistati 1000, 1500 e 750 Kg di P_1, P_2 e P_3 , rispettivamente. Nella tabella seguente sono riportati i profitti (in Euro per Kg di prodotto) di vendita per ogni tipo di colla.

| | A | B | C | D |
|----------|-----|-----|-----|-----|
| Profitto | 2 | 2,5 | 2,5 | 3 |

Formulare il problema di pianificare la produzione del prossimo mese in modo da massimizzare il profitto, sapendo che la quantità di colla D prodotta non deve essere superiore a 500Kg.

Problema 2 (4 punti):

Sia $B = 36$ la capacità del mio zaino. Si supponga di voler trasportare un sottoinsieme dei seguenti elementi a massima somma dei valori, soggetti al vincolo che la somma dei pesi non ecceda B .

| nome | A | B | C | D | E | F | G | H | I | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U |
|--------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|----|----|---|----|----|
| peso | 4 | 13 | 22 | 52 | 27 | 22 | 29 | 23 | 9 | 47 | 48 | 20 | 15 | 5 | 24 | 17 | 5 | 13 | 17 |
| valore | 5 | 13 | 21 | 30 | 20 | 21 | 16 | 20 | 11 | 99 | 32 | 10 | 12 | 4 | 22 | 20 | 6 | 12 | 16 |

2.1(1pt) quanto vale la somma massima dei valori di elementi trasportabili (con somma dei pesi al più $B = 36$)? Quali elementi devo prendere?

2.2 (1pt) e nel caso $B = 26$?

2.3 (1pt) e nel caso $B = 33$?

2.4 (1pt) e nel caso $B = 22$?

| B | max val | peso | quali prendere |
|----|---------|------|----------------|
| 36 | | | |
| 26 | | | |
| 33 | | | |
| 22 | | | |

Problema 3 (4 punti):

Nel seguente array di interi, trovare un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia massima.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|---|-----|----|-----|---|----|----|-----|----|-----|---|----|---|----|---|
| 20 | -19 | 24 | -13 | 21 | -39 | 31 | -20 | 23 | -31 | 16 | -32 | 5 | -15 | 30 | -22 | 6 | -8 | 21 | -25 | 13 | -18 | 7 | -5 | 4 | -1 | 5 |
|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|---|-----|----|-----|---|----|----|-----|----|-----|---|----|---|----|---|

3.1(1pt) quale è il massimo valore di somma di un sottointervallo? Quale sottointervallo devo prendere?

3.2(1pt) e nel caso sia richiesto di partire dal primo elemento?

3.3(1pt) e nel caso sia richiesto di includere il 18-esimo elemento?

3.4(1pt) e nel caso sia richiesto di includere sia il 14-esimo che il 16-esimo elemento?

| tipo intervallo | max sum | parte da pos. | arriva a pos. | parte da val. | arriva a val. |
|-----------------------------|---------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| qualsiasi | | | | | |
| include primo | | | | | |
| include 18-esimo | | | | | |
| include 14-esimo e 16-esimo | | | | | |

Problema 4 (4 punti):

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 10 | 23 | 17 | 11 | 13 | 30 | 37 | 61 | 14 | 35 | 60 | 18 | 41 | 28 | 21 | 55 | 19 | 16 | 12 | 34 | 20 | 15 | 38 | 48 | 53 | 22 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|

4.1(1pt) trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.2(1pt) trovare una sottosequenza decrescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

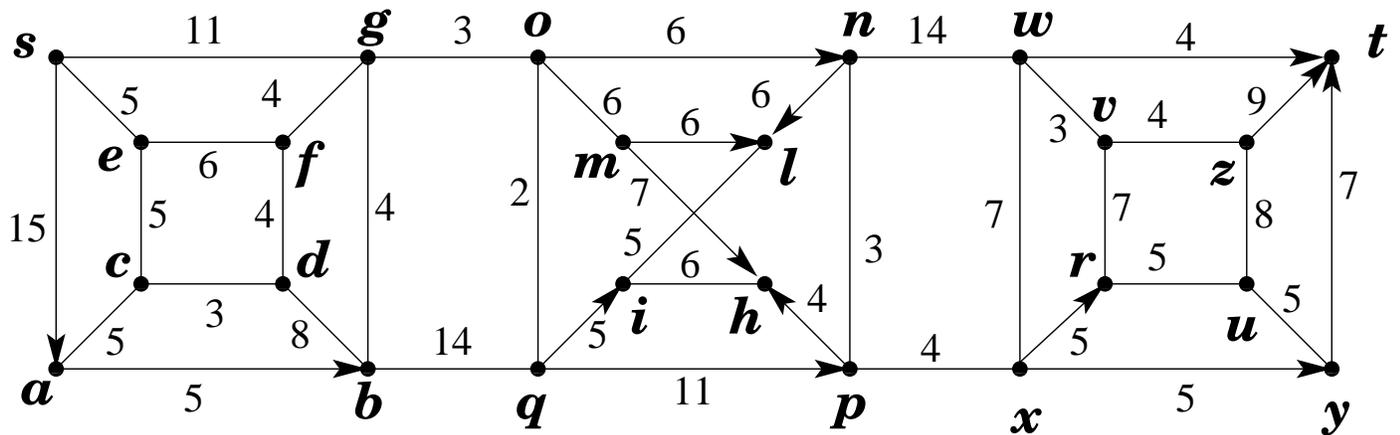
4.3(1pt) Una sequenza è detta una V-sequenza se cala fino ad un certo punto, e da lì in poi cresce sempre. Trovare la più lunga V-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.4(1pt) trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 16. Specificare quanto è lunga e fornirla.

| tipo sottosequenza | max lung | sottosequenza ottima |
|--------------------|----------|----------------------|
| crescente | | |
| decrescente | | |
| V-sequenza | | |
| crescente con 16 | | |

Problema 5 (15 punti):

Si consideri il grafo G , con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(2pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no.
- 5.2.(2pt) Dire quale sia il minimo numero di archi la cui rimozione renda il grafo bipartito fornendo i certificati del caso.
- 5.3.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.4.(3pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.5.(3pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 5.6.(3pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .

Problema 6 (6 punti):

Si consideri la soluzione $x_3 = x_6 = 0$, $x_1 = 12$, $x_2 = 10$, $x_4 = 20$, $x_5 = 28$ del seguente problema.

$$\begin{cases} \max & x_1 + 6x_2 + 16x_3 + 20x_4 + 10x_5 + 10x_6 \\ & \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 \leq 24 \\ + x_3 + x_4 \leq 20 \\ + x_5 + x_6 \leq 28 \\ x_1 + x_3 + x_5 \leq 40 \\ + x_2 + x_4 + x_6 \leq 30 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{array} \right. \end{cases}$$

- 1.1.(1pt) Verificare esplicitamente che la soluzione proposta è ammissibile.
- 1.2.(1pt) Scrivere il problema duale.
- 1.3.(1pt) Impostare il sistema che esprima le condizioni agli scarti complementari.
- 1.4.(1pt) Risolvere il sistema per trovare una soluzione duale complementare alla soluzione primale fornita.
- 1.5.(1pt) La soluzione assegnata è ottima? Indica con chiarezza tutte le verifiche che sei stato chiamato a compiere.

LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:**PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico, né consultare libri o appunti, nè comunicare con i compagni.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi: (1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito immediatamente dopo l'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti

- 1) La risoluzione completa degli esercizi deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Per tutti i fogli consegnati oltre alla copertina, vi conviene che riportino anche essi NOME, COGNOME e MATRICOLA per scongiurare rischi di smarrimenti. In genere vi conviene consegnare tutto, tranne inutili ripetizioni.
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame

I voti verranno comunicati e resi disponibili tramite ESSE3. Dal 18 in su i voti verranno registrati automaticamente a valle di un intervallo di tempo concessovi per eventualmente rifiutare il voto.