

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 28 settembre 2012 Facoltà di Scienze MM.FF.NN. - Verona

Problema 1 (6 punti):

Un robot R , inizialmente situato nella cella A-1, deve portarsi nella sua home H situata nella cella E-9.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>A</i>	<i>R</i>	3	0	1	0	1	0	0	•
<i>B</i>	2	0	0	•	0	•	0	1	0
<i>C</i>	0	1	1	•	0	1	1	1	0
<i>D</i>	1	1	1	0	0	1	•	•	1
<i>E</i>	3	0	1	•	0	0	0	1	<i>H</i>

I movimenti base possibili sono il passo verso destra (ad esempio dalla cella A-1 alla cella A-2), il passo verso in basso (ad esempio dalla cella A-1 alla cella B-1), ed infine il **passo diagonale** (ad esempio dalla cella A-1 alla cella B-2). Tuttavia il robot non può visitare le celle occupate da un pacman (•). Quanti sono i percorsi possibili? Inoltre, in ogni cella non occupata da un pacman (•) é presente un valore intero che esprime un guadagno che viene ottenuto se il robot passa per quella cella. Potremmo quindi essere interessati al massimizzare il guadagno complessivo raccolto con la traversata.

- 1.1(1pt) Quanti sono i percorsi possibili se la partenza è in A-1?
- 1.2 (1pt) e se la partenza è in B-3?
- 1.3 (1pt) e se con partenza in A-1 il robot deve giungere in E-6?
- 1.4 (1pt) e se con partenza in A-1 ed arrivo in E-9 al robot viene richiesto di passare per la cella D-5?
- 1.5(1pt) Quale é il massimo guadagno raccogliabile nella traversata da A-1 a E-9?
- 1.6(1pt) Quanti sono i percorsi possibili che consegnano questo guadagno massimo?

consegna	numero percorsi
A-1 → E-9	
B-3 → E-9	
A-1 → E-6	
passaggio per D-5	
massimo valore	
numero di max-val paths	

Problema 2 (2+2=4 punti):

La PhotoMegaLux, azienda leader nella produzione di materiali ad uso fotografico, sta studiando i tempi di reazione di un nuovo acido per lo sviluppo di fotografie professionali. Sperimentalmente sono stati calcolati i tempi di sviluppo di una fotografia in base alla quantità di acido impiegato. In tabella sono riportati i tempi di sviluppo t in funzione delle quantità q di acido, per come rilevati empiricamente su 5 campioni di un provino.

campione	1	2	3	4	5
litri	0.3	0.5	0.6	0.7	0.9
secondi	30	15	4.5	3.5	2.6

La colonna $(i + 1)$ -esima della tabella ($1 \leq i \leq 5$) dice che sul campione i , dove sono stati utilizzati q_i litri di acido, la reazione ha avuto luogo in t_i secondi.

Sulla base dei dati sperimentali si vuole trovare una legge del tipo $t = Aq^2 + Bq + C$ che approssimi il più possibile l'andamento del tempo di reazione dell'acido. In particolare, si vorrebbe determinare una tripla di valori per i coefficienti A , B e C in modo che lo scostamento massimo $\max_{i=1}^5 |t_i - Aq_i^2 - Bq_i - C|$ sia il più contenuto possibile.

Fornire un modello di programmazione lineare per tale problema. Meglio (+2pt) se il modello viene fornito in forma astratta in modo da riferirsi ad un numero n arbitrario di campioni le cui misure possano essere prese in input da un database che raccolga i dati (una sequenza di n coppie (q_i, t_i)) raccolti in un ipotetico esperimento.

Problema 3 (2+1 punti):

Vogliamo annunciare ad 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 il luogo scelto per il prossimo ritrovo tra amici. Conosciamo gli indirizzi delle seguenti mailing list: $L_1 = \{1, 2, 3\}$, $L_2 = \{1, 5, 6\}$, $L_3 = \{3, 4, 5\}$, $L_4 = \{1, 4, 7\}$, $L_5 = \{2, 5, 7\}$, $L_6 = \{3, 6, 7\}$, $L_7 = \{2, 4, 5\}$, $L_8 = \{1, 8\}$, $L_9 = \{7, 8\}$.

Se da un lato vogliamo assolutamente che l'annuncio sia inviato a ciascun amico, dall'altro ci scoccia inviare messaggi ridondanti. Complessivamente, vogliamo minimizzare il numero di messaggi ridondanti.

(2pt) Esprimere come un problema di Programmazione Lineare Intera (PLI) il nostro piccolo problema di ottimizzazione combinatoria.

(2pt) Indicare come vada espresso in generale il problema del "SETCOVER pesato" in cui, data in input una famiglia L_1, L_2, \dots, L_m di sottoinsiemi di $\{1, 2, \dots, n\}$, ed una funzione di costo $c : \{1, 2, \dots, n\} \mapsto \mathbb{R}$, viene chiesto di individuare un sottoinsieme S di $\{1, 2, \dots, m\}$ a minimo costo tale che per ogni $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ esista un $j \in S$ tale che $i \in L_j$. Il costo di S é dato da $\sum_{i \in S} c(i)$.

Problema 4 (4 punti):

Trovare la più lunga sottosequenza comune tra le stringhe $s = TTCTCACAAATGCTTCTA$ e $t = CTATCAGTCAACCTAT$. Fare lo stesso con alcuni suffissi di s e t .

4.1(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e t ?

4.2 (1pt) e nel caso sia richiesto che la sottosequenza comune incominci con 'A'?

4.3 (1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e il suffisso $t_9 = TCAACCTAT$ di t ?

4.4 (1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra t e il suffisso $s_8 = TGCTTCTA$ di s ?

tipo di sottosequenza comune	lunghezza	sottosequenza
qualsiasi		
parte con 'A'		
tra s e t_9		
tra s_8 e t		

Problema 5 (3 punti):

Si consideri il seguente problema di PL.

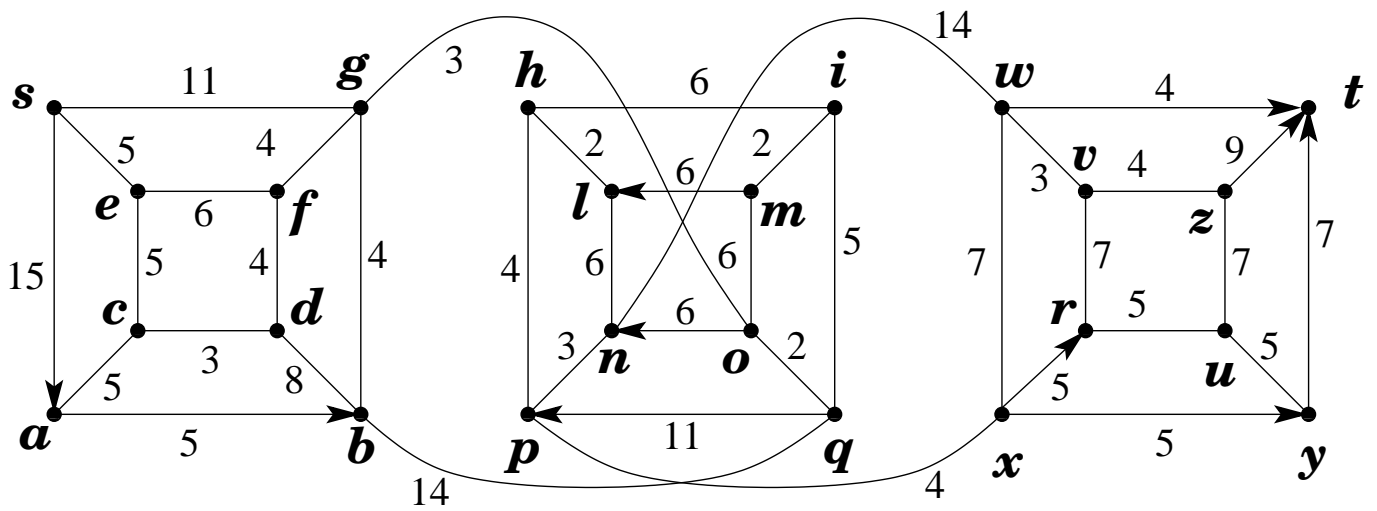
$$\begin{cases} \max & 3x_1 - 7x_2 + 2x_3 \\ & 4x_1 + 5x_2 - 1x_3 \geq 4 \\ & 6x_1 - 6x_2 + 2x_3 = 7 \\ & x_1 + 8x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ & x_1 \geq 0, x_3 \leq 0 \end{cases}$$

1.1(1pt) Scrivere il problema duale (impiegando massimo 3 vincoli).

1.2(1pt) Porre il problema primale in forma standard.

1.3(1pt) Scrivere il problema duale in forma standard.

Problema 6 (5 punti):

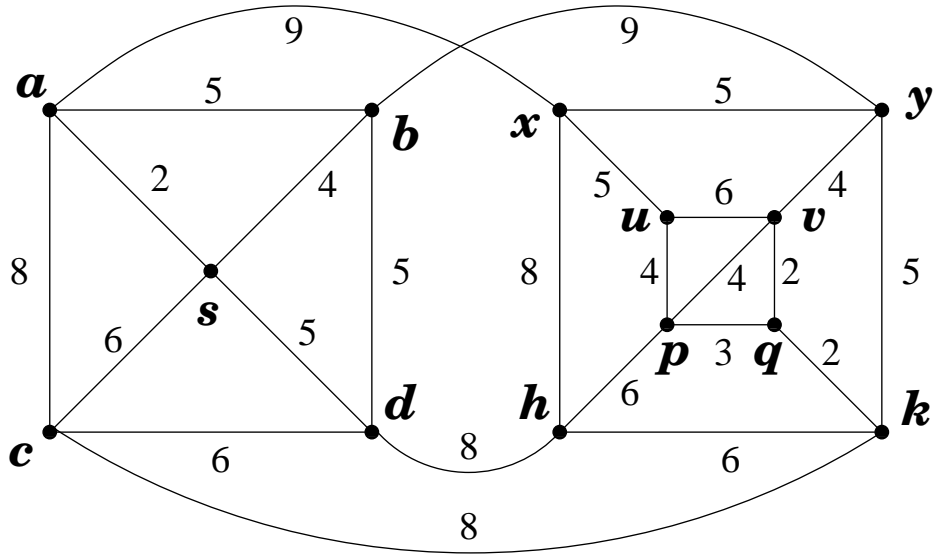


6.1(1pt) Dire, certificandolo, se G è planare oppure no.

6.2(2pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .

6.3(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .

Problema 7 (10 punti):



- 7.1(1pt) Trovare un albero dei cammini minimi a partire dal nodo s . (Disegnarlo!)
- 7.2(1pt) Indicare con precisione (altra figura o colore, oppure espressione chiara e succinta senza elencarli tutti) quali archi non possano essere rimossi senza allungare almeno un cammino da s ad un qualche altro nodo. Quanti sono gli alberi dei cammini minimi dal nodo s ?
- 7.3(1pt) Il grafo rappresentato in figura ammette un ciclo e/o cammino euleriano? Fornisci un certificato per le tue risposte.
- 7.4(1pt) Il grafo rappresentato in figura ammette un ciclo hamiltoniano? Fornisci un certificato per la tua risposta.
- 7.5(2pt) Il grafo rappresentato in figura è planare? Fornisci un certificato per la tua risposta.
- 7.6(1pt) Il grafo rappresentato in figura è bipartito? Fornisci un certificato per la tua risposta.
- 7.7(1pt) Nel grafo G , trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 7.8(1pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 7.9(1pt) Per i seguenti archi dire, certificandolo, in quale categoria ricadano (contenuti in ogni/nessuna/qualcuna- ma non-tutte le soluzioni ottime): vy , vp , pu . Trova un arco della categoria mancante e certificane l'appartenenza a detta categoria.