

NOME: .....

COGNOME: .....

MATRICOLA: .....

FIRMA: .....

## Esame di Ricerca Operativa - 3 settembre 2012 Facoltà di Scienze MM.FF.NN. - Verona

**Problema 1 (7 punti):**

Un robot  $R$ , inizialmente situato nella cella A-1, deve portarsi nella sua home  $H$  situata nella cella E-8.

	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>A</i>	<i>R</i>	3	0	1	1	0	0	•
<i>B</i>	2	0	0	•	•	0	1	0
<i>C</i>	0	1	1	•	1	0	0	0
<i>D</i>	1	1	1	0	1	•	•	1
<i>E</i>	3	0	1	•	0	0	1	<i>H</i>

I movimenti base possibili sono il passo verso destra (ad esempio dalla cella A-3 alla cella A-4) ed il passo verso in basso (ad esempio dalla cella A-3 alla cella B-3). Tuttavia il robot non può visitare le celle occupate da un pacman (•). Quanti sono i percorsi possibili? Inoltre, in ogni cella non occupata da un pacman (•) é presente un valore intero che esprime un guadagno che viene ottenuto se il robot passa per quella cella. Potremmo quindi essere interessati al massimizzare il guadagno complessivo raccolto con la traversata.

- 1.1(1pt) Quanti sono i percorsi possibili se la partenza è in A-1?
- 1.2 (1pt) e se la partenza è in B-3?
- 1.3 (1pt) e se con partenza in A-1 il robot deve giungere in E-3?
- 1.4 (1pt) e se con partenza in A-1 ed arrivo in E-8 al robot viene richiesto di passare per la cella D-5?
- 1.5(1pt) Quale é il massimo guadagno raccogliabile nella traversata da A-1 a E-8?
- 1.6(2pt) Quanti sono i percorsi possibili che consegnano questo guadagno massimo?

consegna	numero percorsi
A-1 → E-8	
B-3 → E-8	
A-1 → E-3	
passaggio per D-5	
massimo valore	
numero di max-val paths	

**Problema 2 (3 punti):**

Un'azienda chimica produce quattro tipi di solvente,  $A, B, C, D$ , miscelando 3 materie prime  $M_1, M_2$  ed  $M_3$  in acqua. Riportiamo in tabella le quantità, in kg, di materie prime che trovano impiego nel produrre un kg di ciascun tipo di solvente.

	$M_1$	$M_2$	$M_3$
<i>A</i>	0.2	0.4	0.3
<i>B</i>	0.3	0.1	0.3
<i>C</i>	0.2	0.3	0.4
<i>D</i>	0.2	0.3	0.2

Per il prossimo mese sono stati acquistati 1000, 1500 e 750 Kg di  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ , rispettivamente. Nella tabella seguente sono riportati rispettivamente i profitti netti (in Euro per kg di prodotto) di vendita per ogni tipo di solvente.

	$A$	$B$	$C$	$D$
Profitto	7	7.3	7.4	8

Formulare come problema di Programmazione Lineare (PL) il problema di pianificare la produzione del prossimo mese in modo da massimizzare il profitto, sapendo che la quantità di solvente A richiesta è di almeno 100kg, mentre la quantità di solvente D prodotta non deve essere superiore a 400kg e la quantità di acqua impiegata non può eccedere i 500kg.

**Problema 3 (2+2 punti):**

I numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 sono nostri amici e, con una mail, desideriamo invitarli ad una festa. Conosciamo gli indirizzi delle seguenti mailing list:  $L_1 = \{1, 2, 3\}$ ,  $L_2 = \{1, 5, 6\}$ ,  $L_3 = \{3, 4, 5\}$ ,  $L_4 = \{1, 4, 7\}$ ,  $L_5 = \{2, 5, 7\}$ ,  $L_6 = \{3, 6, 7\}$ ,  $L_7 = \{2, 4, 5\}$ ,  $L_8 = \{1, 8\}$ ,  $L_9 = \{7, 8\}$ .

Siamo interessati a far pervenire la mail di invito a ciascun amico, minimizzando però il numero totale di mailing lists impiegate.

(2pt) Esprimere come un problema di Programmazione Lineare Intera (PLI) il nostro piccolo problema di ottimizzazione combinatoria.

(2pt) Indicare come vada espresso in generale il problema del SETCOVER in cui, data in input una famiglia  $L_1, L_2, \dots, L_m$  di sottoinsiemi di  $\{1, 2, \dots, n\}$ , viene chiesto di individuare un sottoinsieme  $S$  di minima cardinalità di  $\{1, 2, \dots, m\}$  tale che per ogni  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  esista un  $j \in S$  tale che  $i \in L_j$ .

**Problema 4 (4 punti):**

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

34	27	29	24	28	44	51	55	27	48	56	31	54	42	69	71	32	30	25	47	70	36	53	67	37
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

**4.1(1pt)** trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

**4.2(2pt)** una sequenza è detta una Z-sequenza, o sequenza crescente con un possibile ripensamento, se esiste un indice  $i$  tale che ciascuno degli elementi della sequenza esclusi al più il primo e l' $i$ -esimo sono strettamente maggiori dell'elemento che immediatamente li precede nella sequenza. Trovare la più lunga Z-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

**4.3(1pt)** trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 32. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
Z-sequenza		
crescente con 32		

**Problema 5 (7 punti):**

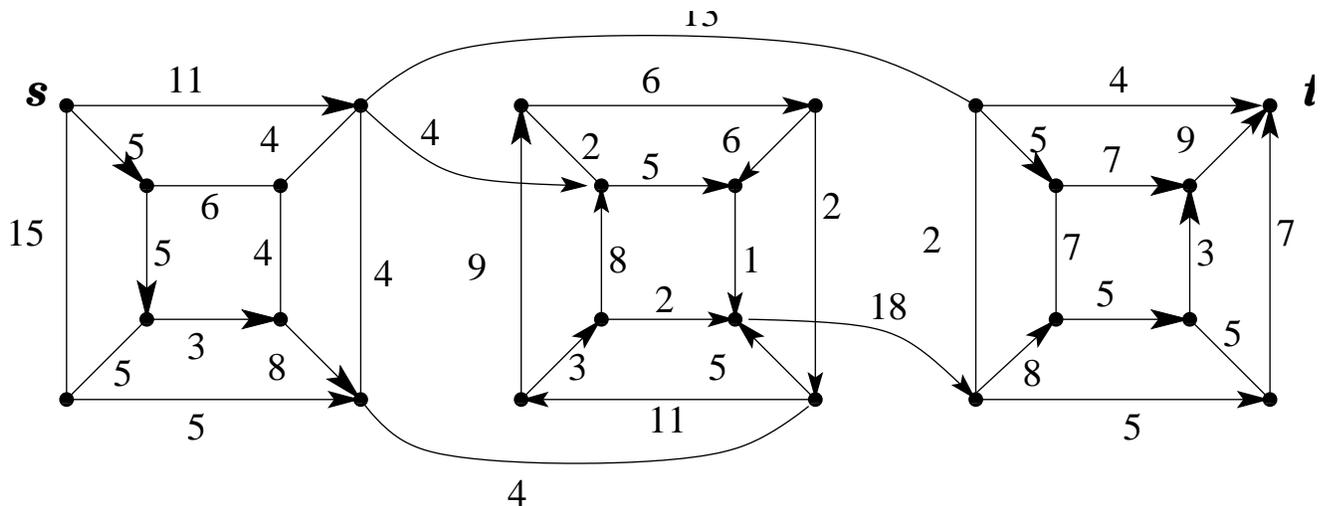
Progettare un problema di PL in forma standard (od argomentare che esso non esista) tale che:

- 5.1 (2pt) ha esattamente 3 soluzioni di base ottime;
- 5.2 (2pt) ha infinite soluzioni ottime ma nessuna di esse é di base;
- 5.3 (1pt) il duale ha una soluzione degenere;
- 5.4 (1pt) il duale ha almeno 2 soluzioni di base ottime;
- 5.5 (1pt) il duale ha come unica soluzione ottima la soluzione degenere  $y_1 = 1, y_2 = 1$ .

---

---

**Problema 6 (4 punti):**



- 6.1(2pt) Trovare un massimo flusso dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .
- 6.2(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .
- 6.3.(1pt) Nel grafo  $G$ , trovare l'albero dei cammini minimi dal nodo  $s$ .
- 6.4.(1pt) Esprimere la famiglia di tali alberi.
- 6.5.(1pt) Dire, certificandolo, se  $G$  è bipartito oppure no.

