

**Prova scritta di Matematica II - 24 gennaio 2012 - FILA A**

c.d.L. Scienze dell'Architettura - Prof. R. Rizzi

**COGNOME E NOME** .....

**N. di matricola** ..... **FIRMA** .....

**1.a.** Determinare le equazioni dei seguenti piani:

**1.a.a.** piano  $\Pi_1$  passante per i punti  $(3\pi, 2\pi, 0)$ ,  $(3\pi, 2\pi, 1)$  e  $(6, 4, 1)$ ;

**1.a.b.** piano  $\Pi_2$  contenente il punto  $P = (0, 1, 0)$  e la retta  $3x + 2y = z = 1$ ;

**1.a.c.** piano  $\Pi_3$  tangente alla superficie  $3x^2 + 2y^2 + 2z = 5$  nel punto  $(1, 1, 0)$ ;

**1.a.d.** i piani  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  e  $\Pi_3$  sono paralleli (P), ortogonali (H) o in posizione generica (G)?

$\Pi_1$ :	$\Pi_1 \dots \Pi_2 \dots \Pi_3 \dots \Pi_1$
$\Pi_2$ :	
$\Pi_3$ :	1+1+1+2/30

**1.b.** Trovare un'equazione parametrica per la retta  $R$  passante per  $(0, 0, 0)$  ed incidente ortogonalmente nella retta  $R'(t) = (0, 1 + t, 1 + 2t)$ .

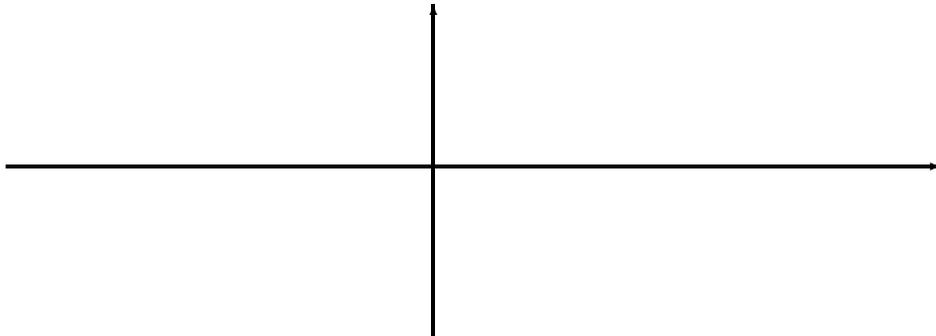
3/30
------

**1.c.** Calcolare la distanza tra le due rette  $R_1(t) = (t, t, t)$  ed  $R_2$  di equazioni  $x + y = 0$ ,  $z = 3$ . Determinare se queste due rette siano sghembe o coplanari. Nel secondo caso, specificare se esse siano incidenti oppure parallele. Se parallele, specificare se esse siano distinte oppure coincidenti.

$d(R_1, R_2) =$
Le rette $R_1$ ed $R_2$ sono
3+1/30

2. È data la funzione  $F(x, y) = y(x - y)^2 + x^2y^2 - (x^2 + y^2)y - x^2 + 2x$ .

2.a) Disegnare l'insieme  $\Sigma_0$  e studio del segno:



2/30

2.b) Elencare i punti stazionari di  $F$  specificandone la natura:

3/30

2.c. Determinare le equazioni dei piani  $\Pi_0$ ,  $\Pi_1$  e  $\Pi_{-1}$ , dove, per  $i = 0, \pm 1$ ,  $\Pi_i$  è il piano tangente il grafico di  $F$  nel punto  $(0, i, 0)$ ;

2.c) Equazioni dei piani  $\Pi_0$ ,  $\Pi_1$  e  $\Pi_2$ :

$\Pi_0$ :

$\Pi_1$ :

$\Pi_{-1}$ :

1+1+1/30

2.d. Determinare tutti i punti estremali di  $F$  nella regione  $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2x \leq 3\}$ .

2.d)

6/30

3. In un riferimento Cartesiano  $x, y, z$  sia  $E = \{(x, y, z) \mid y = 0, z \geq 0, x \geq R, x + z \leq 2R\}$ . Sia  $Q$  il solido che si ottiene facendo ruotare  $E$  di  $360^\circ$  attorno all'asse delle  $z$ .

- 3.a. Disegnare sia  $E$  (sulla sinistra) che  $Q$  (sulla destra);
- 3.b. Esprimere  $Q$  in coordinate Cartesiane e in coordinate cilindriche;
- 3.c. Calcolare il volume di  $Q$  mediante integrazione;
- 3.d. Calcolare l'integrale triplo  $I = \int_Q z \, dx \, dy \, dz$ ;
- 3.e. Fornire le coordinate del baricentro  $B = (x_b, y_b, z_b)$  di  $Q$ ;
- 3.f. Quali sarebbero il volume  $V$  e le coordinate del baricentro  $B = (x_b, y_b, z_b)$  di  $Q$  qualora  $E = \{(x, y, z) \mid y = 0, z \geq x - 2R, x \geq R, x + z \leq 2R\}$ ?

a.1) Disegnare $E$	a.2) Disegnare $Q$
	1/30
b) esprimere $Q$ in coordinate Cartesiane e in coordinate cilindriche	
Car: $Q =$	
cil: $Q =$	
1+1/30	
c) $V =$	
5/30	
d) $I =$	
3/30	
e) $x_b =$ $y_b =$ $z_b =$	
2/30	
f) $x_b =$ $y_b =$ $z_b =$ $V =$	
2/30	

## LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

### PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME **-controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) Non è consentito utilizzare alcun materiale cartaceo.
- 4) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi: (1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

### PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO **-assegnazione punti**

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina.

**ATTENZIONE:** Per superare l'esame è necessario totalizzare almeno 7 punti sulla parte di Matematica 1, almeno 7 punti sulla parte di Matematica 2, ed almeno 18 punti in totale sulle due parti. Inoltre, all'elaborato verrà data una prima valutazione in base ai risultati riportati negli appositi riquadri della copertina. Solamente nel caso in cui tale provvisoria valutazione sia superiore ai 16/30, si procederà allora alla correzione dello svolgimento degli esercizi come riportato sui fogli allegati e verrà quindi data la valutazione finale.

### COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI **-completamento esame**

I voti positivi (dal 18 in su) vi verranno automaticamente registrati sotto esse3 e ne riceverete segnalazione tramite mail al vostro indirizzo sotto spes. Se è vostra intenzione riprovare l'esame per alzare il voto potete chiedermi di annullare il vostro esame.

Ad alcuni di voi potrà venire richiesto di completare la prova scritta con un orale ma se costoro lo preferiscono possono sempre rifare lo scritto piuttosto che non venire all'orale.