

**Prova scritta di Matematica II - 6 settembre 2007 - FILA C**

c.d.L. Scienze dell'Architettura - Prof. R. Rizzi

**COGNOME E NOME** .....

**N. di matricola** ..... **FIRMA** .....

**1.a.** Determinare le equazioni dei seguenti piani:

**1.a.a.** piano  $\Pi_1$  ortogonale al piano  $4x - 3y = 0$  e contenente uno dei tre assi coordinati;

**1.a.b.** piano  $\Pi_2$  costituito dai punti equidistanti da  $(8, -6, 6)$  e  $(0, 0, 0)$ ;

**1.a.c.** piano  $\Pi_3$  tangente alle sfere  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 25$  e  $(x - 8)^2 + (y - 6)^2 + z^2 \leq 25$  nel loro unico punto di contatto;

**1.a.d.** i piani  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  e  $\Pi_3$  sono paralleli (P), ortogonali (H) o in posizione generica (G)?

$\Pi_1$ :	$\Pi_1 \dots \Pi_2 \dots \Pi_3 \dots \Pi_1$	
$\Pi_2$ :		
$\Pi_3$ :		1+1+1+2/30

**1.b.** Sono dati i tre versori

$$u = \frac{(0, 3 + \alpha, 4 + \alpha)}{\sqrt{2\alpha^2 + 14\alpha + 25}} \quad v = \frac{(3 + \alpha, 4 + \alpha, 0)}{\sqrt{2\alpha^2 + 14\alpha + 25}} \quad w = \frac{(|4 + \alpha|, 0, |3 + \alpha|)}{\sqrt{2\alpha^2 + 14\alpha + 25}}$$

Determinare i valori di  $\alpha$  per cui:

1.  $u$  risulta definito;  $w$  risulta definito;
2.  $u$  e  $v$  sono ortogonali;  $v$  e  $w$  sono ortogonali;
3.  $u$  e  $v$  sono paralleli;  $v$  e  $w$  sono paralleli;
4.  $u \cdot v \wedge w$  è massimo;  $u \cdot v \wedge w$  è minimo.

1.) $u$ risulta definito:	$w$ risulta definito:	
2.) $u$ e $v$ sono ortogonali:	$v$ e $w$ sono ortogonali:	
3.) $u$ e $v$ sono paralleli:	$v$ e $w$ sono paralleli:	
4.) $u \cdot v \wedge w$ è massimo:	$u \cdot v \wedge w$ è minimo:	1+1+1+1/30

**1.c.** Calcolare la distanza tra le due rette distinte  $R_1$  ed  $R_2$  di equazioni parametriche  $R_1(t) = (\sqrt{2}, 2\pi t + 3, 1 - 2\pi t)$  e  $R_2(s) = (\sqrt{2}s, 3s - \pi, \pi + s)$  e determinare se esse siano sghembe, incidenti, o coplanari.

$d(R_1, R_2) =$ le rette $R_1$ e $R_2$ sono ... ..	2+1/30
---	--------

**1.d.** Calcolare la distanza tra la retta  $R$  di equazione  $R(t) = (3 + t, 5 - t, 0)$  ed il piano  $\Pi$  di equazione  $\frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{1}{\sqrt{3}}y + \frac{1}{\sqrt{3}}z = 3\sqrt{3}$  e determinare la relazione geometrica che sussiste tra  $R$  e  $\Pi$ .

$d(R, \Pi) =$ la retta $R$ ed il piano $\Pi$ sono ... ..	2+1/30
---	--------

2. È data la funzione  $F(x, y) = 11xy + x^2(y + 6) - (x + 3y + 2)(y + 3)x$ .

2.a. Disegnare l'insieme  $\Sigma_0 = \{(x, y) \mid F(x, y) = 0\}$  e studiare il segno di  $F$ ;

2.a) Disegnare l'insieme  $\Sigma_0$  e studio del segno:

2/30

2.b. Determinare e studiare TUTTI i punti stazionari della funzione  $F$ ;

2.b) Elencare i punti stazionari di  $F$  specificandone la natura:

3/30

2.c. Determinare le equazioni dei piani  $\Pi_0, \Pi_1$  e  $\Pi_2$ , dove, per  $i = 0, 1, 2$ ,  $\Pi_i$  è il piano tangente al grafico di  $F$  nel punto  $(i, 0, F(i, 0))$ ;

2.c) Equazioni dei piani  $\Pi_0, \Pi_1$  e  $\Pi_2$ :

$\Pi_0:$                        $\Pi_1:$                        $\Pi_2:$

1+1+1/30

2.d. Determinare tutti i punti estremali di  $F$  nella regione  $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 3y^2 \leq 3\}$ .

2.d)

6/30

2.e. Descrivere il dominio  $D[h]$  di  $h(x, y) := \sqrt{3x(x - y^2 - 2)}$  in coordinate cartesiane.

2.e)  $D[h] =$

1/30

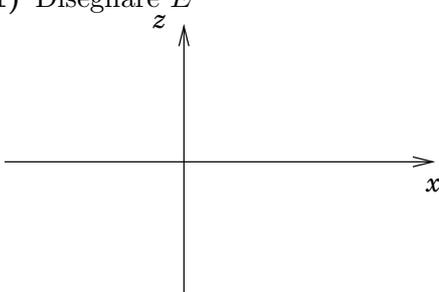
2.f. Determinare tutti i punti estremali di  $h(x, y) = \sqrt{3x(x - y^2 - 2)}$  nella regione  $R \cap D[h]$ .

2.f)

1/30

3. In un riferimento Cartesiano  $x, y, z$  sia  $E$  la parte del piano  $y = 0$  descritta dalle disequazioni  $|z| \leq |x| \leq R$ , e sia  $M$  il solido che si ottiene facendo ruotare  $E$  di  $180^\circ$  attorno all'asse delle  $z$ . Sia  $S$  la sfera di centro l'origine e raggio  $R$  e sia  $S_{sup}$  la semisfera ottenuta intersecando  $S$  con il semispazio  $z \geq 0$ . Sia  $Q_{sup} = M \cap S_{sup}$  e sia  $Q_{inf}$  l'intersezione tra  $M$  ed il semispazio  $z \leq 0$ . Infine, sia  $Q = Q_{sup} \cup Q_{inf}$ .

- 3.a. Disegnare sia  $E$  (sulla sinistra) che  $M$  (sulla destra);
- 3.b. Esprimere  $M$  e  $Q_{inf}$  in coordinate cilindriche;
- 3.c. Esprimere  $Q$  in coordinate Cartesiane e  $Q_{sup}$  in coordinate sferiche;
- 3.d. Calcolare il volume di  $Q$  mediante integrazione;
- 3.e. Calcolare l'integrale triplo  $I = \int_Q z \, dx \, dy \, dz$ ;
- 3.f. Fornire le coordinate del baricentro  $B = (x_b, y_b, z_b)$  di  $Q$ ;

<p>a.1) Disegnare <math>E</math></p> 	<p>a.2) Disegnare <math>M</math></p>
1/30	
<p>b) <math>M</math> e <math>Q_{inf}</math> in coordinate cilindriche</p> <p><math>M =</math></p> <p><math>Q_{inf} =</math></p>	
1+1/30	
<p>c) <math>Q</math> in coordinate Cartesiane e <math>Q_{sup}</math> in coordinate sferiche</p> <p><math>Q =</math></p> <p><math>Q_{sup} =</math></p>	
1+1/30	
<p>d)</p> <p><math>V =</math></p>	
4/30	
<p>e)</p> <p><math>I =</math></p>	
4/30	
<p>f)</p> <p><math>x_b =</math>                      <math>y_b =</math>                      <math>z_b =</math></p>	
2/30	

## LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

### PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME **-controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) È consentito l'utilizzo di materiale cartaceo, a piacere, ma non è consentito lo scambio tra di voi di alcun materiale.
- 4) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi:  
(1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

### PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO **-assegnazione punti**

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina.

**ATTENZIONE:** All'elaborato verrà data una prima valutazione in base ai risultati riportati negli appositi riquadri della copertina. Solamente nel caso in cui tale provvisoria valutazione sia superiore ai 16/30, si procederà allora alla correzione dello svolgimento degli esercizi come riportato sui fogli allegati e verrà quindi data la valutazione finale.

### COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI **-completamento esame**

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.