

Prova scritta di Matematica - 14 giugno 2011 - FILA A

c.d.L. Scienze dell'Architettura - Prof. R. Rizzi

COGNOME E NOME .....

N. di matricola .....

FIRMA.....

1. (3pt) Dimostrare per induzione che

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

dimostrazione

3/30

2. (12pt) Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere (+ fornendo dimostrazioni) e quali sono false (+ fornendo controesempi).

(1+2pt) ogni successione limitata e monotona di razionali converge ad un razionale;

(1+2pt) ogni successione limitata e monotona di numeri interi converge ad un numero intero;

(0+3pt) ogni successione limitata e monotona di numeri reali converge ad un numero reale;

(1+2pt) ogni funzione continua in un dato intervallo limitato ha almeno un massimo su detto intervallo.

3. (5pt) Si calcoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - e^{x^2}}{(1+x^2)^{\frac{1}{4}} - (1-x^2)^{\frac{1}{4}}} =$$

5/30

4. (6pt) Si calcoli:

$$\int \frac{x^3 + 3x^2 + x\sqrt{x^2+1}}{x^2+1} =$$

6/30

5. (4pt) Si calcoli:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} =$$

4/30

# PARTE Matematica II

1. Determinare le equazioni dei seguenti piani:

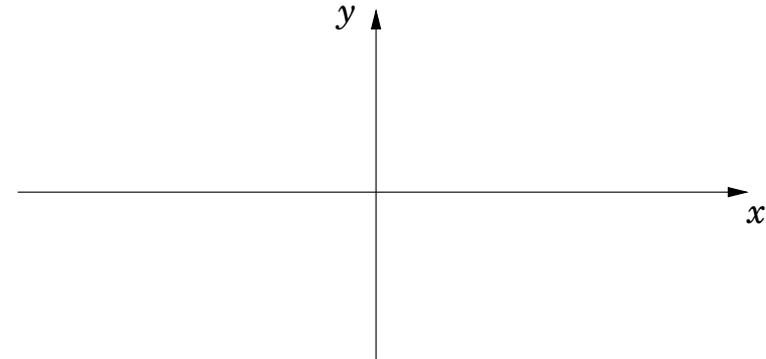
- 1.a. piano  $\Pi_1$  passante per i punti  $(1, 2, 3)$ ,  $(2, 3, 4)$  e  $(4, 5, 6)$ ;
- 1.b. piano  $\Pi_2$  contenente la retta  $R(t) = (1, 3t, -3t)$  e la retta  $2x + y = z = 1$ ;
- 1.c. piano  $\Pi_3$  tangente alla superficie  $x^2 + y + z = 3$  nel punto  $(1, 1, 1)$ ;
- 1.d. i piani  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  e  $\Pi_3$  sono paralleli (P), ortogonali (H) o in posizione generica (G)?

$\Pi_1$ :		
$\Pi_2$ :	$\Pi_1 \dots \Pi_2 \dots \Pi_3 \dots \Pi_1$	
$\Pi_3$ :		$1+1+1+2/30$

2. È data la funzione  $F(x, y) = x^3 - 2x^2 + x - 4xy^2$ .

2.a. Disegnare l'insieme  $\Sigma_0 = \{(x, y) \mid F(x, y) = 0\}$  e studiare il segno di  $F$ ;

2.a) Disegnare l'insieme  $\Sigma_0$  e studio del segno:



2/30

2.b. Determinare e studiare TUTTI i punti stazionari della funzione  $F$ ;

2.b) Elencare i punti stazionari di  $F$  specificandone la natura:

5/30

3. In un riferimento Cartesiano  $x, y, z$  sia  $E$  la regione del primo quadrante del piano  $y = 0$  delimitata dagli assi e dalla curva  $z = (x - 1)^2$ . Sia  $Q$  il solido che si ottiene facendo ruotare  $E$  di  $360^\circ$  attorno all'asse delle  $z$ .

- 3.a. Disegnare sia  $E$  (sulla sinistra) che  $Q$  (sulla destra);
- 3.b. Esprimere  $Q$  in coordinate Cartesiane e in coordinate cilindriche;
- 3.c. Calcolare il volume di  $Q$  mediante integrazione;

a.1) Disegnare $E$	a.2) Disegnare $Q$
	1/30
b) esprimere $Q$ in coordinate Cartesiane e in coordinate cilindriche	
Car: $Q =$	
cil: $Q =$	
1+1/30	
c)	
$V =$	
5/30	

**LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:**

PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME **-controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) È consentito l'utilizzo di materiale cartaceo, a piacere, ma non è consentito lo scambio tra di voi di alcun materiale.
- 4) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi: (1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO **-assegnazione punti**

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina.

**ATTENZIONE:** Per superare l'esame è necessario totalizzare almeno 7 punti sulla parte di Matematica 1, almeno 7 punti sulla parte di Matematica 2, ed almeno 18 punti in totale sulle due parti. Inoltre, all'elaborato verrà data una prima valutazione in base ai risultati riportati negli appositi riquadri della copertina. Solamente nel caso in cui tale provvisoria valutazione sia superiore ai 16/30, si procederà allora alla correzione dello svolgimento degli esercizi come riportato sui fogli allegati e verrà quindi data la valutazione finale.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI **-completamento esame**

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in su potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.