Quarto Scritto
ASD1 2002-2003

Exercise 1 *Siano $f(n)$ e $g(n)$ due funzioni definitivamente non negative. Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere. Ove false, fornire un controesempio.*

1. *se $f(n) = O(g(n))$, allora esiste un n_o tale che $f(n) \leq g(n)$ per ogni $n \geq n_o$.*
2. *se $f(n) = o(g(n))$, allora esiste un n_o tale che $f(n) < g(n)$ per ogni $n \geq n_o$.*
3. *$f(n+1) = O(f(n))$ se $f(n)$.*
4. *$2^{\alpha n} = O(3^n)$ per ogni $\alpha > 0$.*

Exercise 2 *Si determini l'andamento asintotico nel caso peggiore di un tempo di calcolo $T(n)$ soggetto alla seguente ricorrenza*

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + T\left(\frac{n}{3}\right) + \Theta(n)$$

E nel caso migliore?

Exercise 3 *Ordinare le seguenti funzioni per ordine di crescita asintotico non decrescente, ove $k > 1$ sia una costante positiva comune. Ve ne sono alcune che presentano lo stesso ordine di crescita? Come cambia la situazione per $k = 1$? $f(n) = n^k$, $f(n) = (100n + 10)^k$, $f(n) = \binom{n}{k}$, $f(n) = k^n$, $f(n) = \log k^n$.*

Exercise 4 *Un grafo $G = (V, E)$ di dice* bipartito *se posso bipartizionare V in due sottoinsiemi disgiunti V_1 e V_2 tali che ogni arco in E abbia un estremo in V_1 e l'altro in V_2.*

- *Dimostrare che un grafo è bipartito se e solo se non contiene cicli dispari.*
- *Descrivere un algoritmo con tempo di calcolo $O(m + n)$ (ossia lineare) che dato in input un grafo connesso G restituisca o una dimostrazione che G non è bipartito (ciclo dispari) od una dimostrazione che G è bipartito (una bipartizione valida $V = V_1 \cup V_2$).*

Exercise 5 *Si descrivano in maniera efficace gli Heaps binomiali e le relative operazioni. (L'obiettivo è dimostrarmi che avete colto il principio di funzionamento di questa struttura dati. Cercate quindi di puntare al nocciolo. Nel dubbio, confrontatevi con me. Non perdete tempo).*