

# Fac Simile A

## Seconda Provetta

### ASD1 2002-2003

**Esercizio 1** Sia  $B_k$  un albero binomiale. Dimostrare le seguenti proprietà. Specificare inoltre quale delle seguenti proprietà sia leggermente imprecisa ed indicare perchè.

1. i nodi di  $B_k$  sono  $2^k$ ;
2. l'altezza di  $B_k$  è  $k$ ;
3. i nodi di  $B_k$  sono  $2^k$ ;
4. la radice dell'albero ha grado  $k$ ;
5. la radice dell'albero ha grado maggiore di ogni altro nodo;
6. siano  $v_{k-1}, v_k, \dots, v_0$  i figli della radice come numerati da sinistra verso destra, allora il sottoalbero di  $B_k$  radicato in  $v_i$  è un albero binomiale  $B_i$ .

**Esercizio 2** Con riferimento al precedente esercizio, sapresti specificare in quale delle seguenti operazioni viene utilizzata in modo cruciale la Proprietà 6: *Union*, *Crea*, *Inserisci*, *UccidiMinimo*, *TrovaMinimo*, *DecrementaChiave*. Sapresti dare uno pseudocodice od una descrizione comunque efficace e formale dell'operazione da te individuata?

**Esercizio 3** Dare uno pseudocodice per una BFS, dove i nodi siano colorati bianco, grigio e nero, come visto in classe. Dimostrare poi le seguenti invarianti:

1. ad ogni iterazione, ad uno specifico passo della tua procedura da te indicato, puoi affermare che i nodi grigi sono tutti e soli i nodi nella coda;
2. i valori di  $d(v)$  per i nodi presenti nella coda sono monotoni non decrescenti.

*Suggerimento:* Per dimostrare la correttezza dell'Invariante 2 ti converrà considerarne un rafforzamento.

**Esercizio 4** Con riferimento al precedente esercizio, sapresti dimostrare che la tua BFS costruisce un albero di cammini minimi?