

ASD1 2002-2003

Exercise 1 Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere. Ove false, fornire un controesempio.

1. $f(n) = O(g(n))$ implica $\log_2(f(n) + 2) = O(\log_2(g(n) + 2))$.
2. $f(n) = O(g(n))$ implica $h(f(n)) = O(h(g(n)))$ se $h(n) \geq 0$ per ogni n .
3. $f(n) = O(g(n))$ implica $f(n) + g(n) = \Theta(g(n))$.
4. $f(n) = O(f(n + 1))$.

Exercise 2 Siano $f(n)$ e $g(n)$ due funzioni definitivamente non negative. Dimostrare che $f(n) + g(n) = \Theta(\max\{f(n), g(n)\})$.

Exercise 3 Ordinare le seguenti funzioni per ordine di crescita asintotico non decrescente, ove k sia una costante positiva comune. Ve ne sono alcune che presentano lo stesso ordine di crescita? $f(n) = n^k$, $f(n) = (n + 5)^k$, $f(n) = \binom{n}{k}$, $f(n) = n^{(k-\frac{1}{k})} \log^k n^k$, $f(n) = 2^{k \log_2 n}$.

Exercise 4 Si dimostri che $\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1}\right) = \Theta(\log n)$.

Exercise 5 Dato un intero $a > 0$, allo scopo di calcolare la potenza a^n , usiamo la seguente procedura iterativa:

```
#include<iostream.h>

int main() {
    int a; cout << "Dammi a: "; cin >> a; cout << endl;
    int n; cout << "Dammi n: "; cin >> n; cout << endl;
    long long int P[n + 1];
    P[0] = 1;
    for(int k=1; k<=n; k++)
        P[k] = a*P[k-1];
    cout << "P[" << n << "] = " << P[n] << endl;
}
```

Si stabilisca l'ordine di crescita del tempo di calcolo della procedura proposta. Si stabilisca l'ordine di crescita della memoria impiegata dalla procedura proposta.

Exercise 6 Il professor Gonzalez, propone di utilizzare la seguente procedura ricorsiva allo scopo di calcolare la medesima funzione:

```
#include<iostream.h>

long long int P(int a, int n) {
    if (n==0) return 1;
    if (n==1) return a;
    return P(a, n/2)* P(a, n- (n/2));
}

int main() {
    int a; cout << "Dammi a: "; cin >> a; cout << endl;
    int n; cout << "Dammi n: "; cin >> n; cout << endl;
    cout << "P[" << n << "] = " << P(a, n) << endl;
}
```

Si stabilisca l'ordine asintotico di crescita per il tempo di calcolo della procedura proposta dal professor Gonzalez. Si stabilisca l'ordine di crescita della memoria impiegata dalla procedura di Gonzalez.

Complemento 6+ Dire come il prof. Gonzalez possa, con un semplice accorgimento, ridurre il tempo di calcolo della sua procedura tanto da meritarsi l'appellativo di Speedy. Quale è il nuovo tempo di calcolo?