

# Fac Simile B

## Prima Provetta

### ASD1 2002-2003

**Exercise 1** È vero o falso che  $f(n) = \omega(g(n))$  implica  $f(n) = \Omega(g(n))$ ? È vera anche l'implicazione inversa? Fornire un controesempio.

**Exercise 2** Si assuma  $f(n) = O(g(n))$ . Dimostrare che  $f(n) + ng(n) = \Theta(ng(n))$ .

**Exercise 3** Ordinare le seguenti funzioni per ordine di crescita asintotico non decrescente. Ve ne sono alcune che presentano lo stesso ordine di crescita?  $f(n) = 2^{n+1} - 2^n$ ,  $f(n) = 2^{n+100}$ ,  $f(n) = 2^{2n}$ ,  $f(n) = 2^{n+\log_2 n}$ ,  $f(n) = 3^n$ ,  $f(n) = \sum_{k=0}^n 2^k$ ,  $f(n) = \left(2^{\sqrt{n}}\right)^2$ ,  $f(n) = \sqrt{4^n}$ .

**Exercise 4** Si dimostri che  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = \Theta(\log n)$ .

**Exercise 5** Si determini l'andamento asintotico nel caso peggiore di un tempo di calcolo  $T_n$  soggetto alla seguente ricorrenza

$$T_n = T_{n_1} + T_{n_2} + \Theta(n) \quad \text{dove } n_1, n_2 \geq 0, \text{ con } n_1 + n_2 = n$$

E nel caso migliore? E se potessimo assumere  $n_1, n_2 \geq \frac{n}{33}$  cambierebbe qualcosa riguardo l'andamento asintotico per il caso peggiore?

**Exercise 6** Si consideri il seguente algoritmo MoviePlayer.

*Input: una collezione di  $n$  films.*

1. se  $n \leq 1$ , allora visiona l'eventuale film e termina.
2. si guardino, marcadoli, al più  $k \leq \frac{n}{2}$  dei films della collezione.
3. si agisca da MoviePlayer sull'insieme dei films ora marcati.
4. si agisca da MoviePlayer sull'insieme dei films restanti.

Sia  $V(n)$  il numero massimo di visioni di films in cui si può incorrere partendo da una collezione di  $n$  films. Descrivere  $V(n)$  tramite una ricorrenza. Condurre analisi asintotica per  $V(n)$ . Riesci ad estrapolare od intuire quale politica (scelta di  $k$ ) porterà a massimizzare il numero di visioni? Quale potrà essere invece il minor numero di visioni possibili partendo da una collezione di  $n$  films? Riesci ad estrapolare anche formalmente quale politica porti a questo minimo.