Fac Simile di Scritto (A)
ASD1 2002-2003

Exercise 1 *Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere. Ove false, fornire un controesempio.*

1. $\Omega(n^2) \cap O(n^2) = \Theta(n)$.
2. $\omega(n^3) \cap o(n^3) = \emptyset$.
3. $f(n) = O(g(n))$ *implica* $f(n) + g(n) = \Theta(g(n))$.
4. $\log^\alpha n^\beta = o(n^\gamma)$ *per ogni* $\alpha, \beta, \gamma > 0$.

Exercise 2 *Dimostrare che* $\sum_{t=1}^{n} t^k = \Theta(n^{k+1})$, *per ogni numero naturale* n.

Exercise 3 *Ordinare le seguenti funzioni per ordine di crescita asintotico non decrescente, ove* $k > 2$ *sia una costante positiva comune. Ve ne sono alcune che presentano lo stesso ordine di crescita? Come cambia la situazione per* $k = 1$*? E cosa succede per* $0 < k < 1$*?* $f(n) = \log n^k$, $f(n) = \log n^{\log n}$, $f(n) = \log^k n$, $f(n) = 2^{\log_k n}$.

Exercise 4 *Un grafo di dice* Euleriano *se è connesso ed ogni nodo ha grado pari. Un cammino che parta da un nodo* v_0*, attraversi tutti gli archi una ed una sola volta (possibilmente ripassando per uno stesso nodo più di una volta), ritornando infine in* v_0*, è detto un* cammino Euleriano.

- *Dimostrare che un grafo ammette un cammino Euleriano se e solo se è Euleriano.*
- *Descrivere un algoritmo con tempo di calcolo* $O(m+n)$ *(ossia lineare) che dato in input un grafo Euleriano* G *restituisca un cammino Euleriano in* G.

Exercise 5 *Si consideri il seguente algoritmo di Trémaux.*

1. *mi risveglio in una stanza di un labirinto ignoto;*
2. **finchè** *vi è un cunicolo che esca dalla stanza in cui mi trovo ed il cui imbocco non sia stato ancora marcato*
    3. *scelgo uno dei cunicoli non marcati, ne marco l'imbocco con una croce, e lo attraverso;*
    4. *come giungo nella stanza all'altra estremità del cunicolo,*
se *mi ritrovo in una nuova stanza,*
allora *marco l'imbocco che mi ha ivi condotto con una* π*;*
altrimenti*, lo marco con una croce, e ripercorro il cunicolo a ritroso;*
5. **se** *nella stanza in cui mi trovo vi è un cunicolo marcato con* π,
allora *attraverso tale cunicolo e vado al* Passo **2***;*
6. **altrimenti***, la mia esplorazione è finita.*

Dimostrare che ogni arco viene attraversato, nella stessa direzione, al più una volta. Se ne deduca un upper bound sul tempo di calcolo. Si dimostri che se il grafo è connesso allora ogni arco viene attraversato precisamente una volta in entrambe le direzioni.