Tecniche di prova

$$Sistema \approx Specifica$$

Riepilogando possiamo usare le seguenti tecniche:

1. Fornire una bisimulazione $\mathcal{S}$ t.c. $(Sistema\,,\, Specifica) \in \mathcal{S}$

2. Fornire una bisimulaz. up to $\sim$, $\mathcal{S}$ t.c. $(Sistema, Specifica) \in \mathcal{S}$

3. Leggi algebriche (Es: expansion law, $P \approx \tau.P$, ect).

4. **Teorema 64 (Unicità della soluz. di un sistema di equazioni)** *Sia $\vec{X} = X_1, X_2, \ldots$ una sequenza (eventualmente infinita) di variabili di processo. Se nel sistema di equazioni*

$$\begin{array}{lcl} X_1 & \approx & \alpha_{11}.X_{k(11)} + \ldots \alpha_{1n_1}.X_{k(1n_1)} \\ X_2 & \approx & \alpha_{21}.X_{k(21)} + \ldots \alpha_{2n_2}.X_{k(2n_2)} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & & \end{array}$$

vale $\alpha_{ij} \neq \tau$, per ogni i e j, allora esiste un'unica sequenza di processi P_1, $P_2, \ldots$ che soddisfa il sistema di equazioni.

Buffers con capacità limitata

Ricordiamo il buffer di booleani di capacità due già visto precedentemente.

$$
\begin{array}{lcl}
B^{(2)} & \stackrel{\text{def}}{=} & \sum_{i\in\{0,1\}} in_i.B_i^{(2)} \\
B_i^{(2)} & \stackrel{\text{def}}{=} & \overline{out_i}.B^{(2)} + \sum_{j\in\{0,1\}} in_j.B_{ji}^{(2)} \\
B_{ij}^{(2)} & \stackrel{\text{def}}{=} & \overline{out_j}.B_i^{(2)}
\end{array}
$$

- Generalizziamo la definizione in modo che il buffer possa contenere n valori appartenenti ad un insieme $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$.
- Con $B_{\vec{v}}^{(n)}$ denotiamo un buffer di capacità n contenente una sequenza di valori $\vec{v}$ la cui lunghezza non supera n.
- Quando $\vec{v}$ è vuoto scriveremo $B^{(n)}$.
- Il buffer è definito per $n \geq 1$ dalle seguenti **equazioni**:

$$B^{(n)} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_u in_u.B^{(n)}_u$$

$$B^{(n)}_{\vec{v},w} \stackrel{\text{def}}{=} \left(\begin{array}{ll} \sum_u in_u.B^{(n)}_{u,\vec{v},w} + \overline{out_w}.B^{(n)}_{\vec{v}} & (\mid \vec{v} \mid < n-1) \\ \overline{out_w}.B^{(n)}_{\vec{v}} & (\mid \vec{v} \mid = n-1) \end{array} \right)$$

Possiamo immaginare che vi siano solo due porte *in* e *out* su cui vengono trasmessi valori in V. Ricordiamo l'**operatore di link**. Siano P e Q due processi con due porte l ed $\overline{r}$ (vedi figura a pag. 32). Allora,

$$P \frown Q \stackrel{\text{def}}{=} (\nu m)(\{m/r\}P \mid \{m/l\}Q).$$

Sia, adesso $\underline{Cell \stackrel{\text{def}}{=} B^{(1)} = \sum_u in_u.Cell_u}$ dove $\underline{Cell_u \stackrel{\text{def}}{=} B^{(1)}_u = \overline{out_u}.B^{(1)}}$. Il nostro **obiettivo** sarà mostrare il seguente risultato:

Teorema 65 $B^{(n)} \approx \overbrace{Cell \frown \ldots \frown Cell}^{n\ volte}$.

Osservando il grafo di flusso di pag. 68 si capisce subito che nel termine di destra vi è un'attività concorrente attraverso cui un valore può spostarsi nella cella alla sua destra.

Il lemma seguente ci aiuta a capire come un valore si possa spostare nella catena.

Lemma 66 $Cell_v \frown Cell \approx Cell \frown Cell_v$.

Prova Esplicitiamo il termine di sinistra e quello di destra:

$$(\nu link)(\overline{link_v}.\{^{link}/_{out}\}Cell \mid \textstyle\sum_u link_u.\{^{link}/_{in}\}Cell_u)$$

$$(\nu link)(\textstyle\sum_u in_u.\{^{link}/_{out}\}Cell_u) \mid \overline{out_v}.\{^{link}/_{in}\}Cell).$$

Applicando l'expansion Law, il primo termine è equivalente in senso forte (cioè a meno di $\sim$) al seguente processo:

$$\tau.(\nu link)(\{^{link}/_{out}\}Cell \mid \{^{link}/_{in}\}Cell_v)$$
$$=$$
$$\tau.(\nu link)(\textstyle\sum_u in_u.\{^{link}/_{out}\}Cell_u) \mid \overline{out_v}.\{^{link}/_{in}\}Cell)$$

Allora possiamo concludere la prova applicando la legge $P \approx \tau.P$.

Nota che il processo sulla destra è **stabile**.

Consideriamo adesso la definizione di una catena in cui i valori contenuti sono tutti accumulati sulla destra. Sia $0 \leq k \leq n$, allora

$$Chain^{(n)}_{v_1,\ldots,v_k} \stackrel{\text{def}}{=} \overbrace{Cell \frown \ldots \frown Cell}^{n-k \text{ volte}} \frown Cell_{v_1} \frown \ldots \frown Cell_{v_k}$$

Lemma 67 $Cell_u \frown Chain^{(n)}_{\vec{v}} \approx Chain^{(n+1)}_{u,\vec{v}}$

Prova Semplicemente applicando $n-k$ volte il lemma precedente.

A questo punto siamo pronti per provare il Teorema 65. A tal fine, grazie al teorema della soluzione unica, sarà sufficiente mostrare che $Chain^{(n)}_{\vec{v}}$ soddisfa le equazioni che definiscono $Buff^{(n)}_{\vec{v}}$, a meno di $\approx$.

Lemma 68 (Lemma 7.15 sul libro)

$$\begin{array}{rcl} Chain^{(n)} & \approx & \sum_u in_u.Chain^{(n)}_u \\ Chain^{(n)}_{\vec{v},w} & \approx & \left(\begin{array}{ll} \sum_u in_u.Chain^{(n)}_{u,\vec{v},w} + \overline{out_w}.Chain^{(n)}_{\vec{v}} & (|\vec{v}| < n-1) \\ \overline{out_w}.Chain^{(n)}_{\vec{v}} & (|\vec{v}| = n-1) \end{array} \right) \end{array}$$

Guardare la prova sul libro, per esercizio.