

Prova scritta di Linguaggi - 27.06.2013 (prof. Merro)

Si consideri il linguaggio *Lang* definito attraverso la seguente grammatica:

$$E \in \text{Lang} ::= x \mid \mathbf{n} \mid \mathbf{true} \mid \mathbf{false} \mid E + E \mid E_1 = E_2 \mid \\ \text{if } E \text{ then } E \text{ else } E \mid x := E \mid \mathbf{fun}(x : T) \Rightarrow E \\ EE \mid \mathbf{fix}.E$$

1. (6 punti) Formalizzare la *statica* del linguaggio *Lang* fornendo un sistema di tipi con giudizi della forma $\Gamma \vdash E : T$ per appropriati tipi T definiti *esclusivamente* dalla grammatica

$$T ::= \text{Bool} \mid \text{Nat} \mid T \longrightarrow T .$$

2. (6 punti) Una volta definito il sistema di tipi, dire, giustificando *formalmente* la risposta, se il termine

$$\text{Term} = (\mathbf{fun}(f : T_1) \Rightarrow f \mathbf{fib}) (\mathbf{fun}(g : T_2) \Rightarrow ((\mathbf{fun}(h : T_3) \Rightarrow g(\mathbf{fix}.h))\mathbf{fib}))$$

è ben tipato o meno, al variare dei tipi T_1 , T_2 e T_3 . Dove **fib** deve essere definito con cura dal candidato come il funzionale il cui punto fisso ritorna la funzione di Fibonacci.

3. (7 punti) Formalizzare la *dinamica* del linguaggio tipato *Lang* attraverso una semantica small-step in stile *call-by-name*, *left-to-right*: $\longrightarrow_{cbn}^{lr}$. Definire, per differenza, una semantica small-step in stile *call-by-value*, *left-to-right*: $\longrightarrow_{cbv}^{lr}$.
4. (6 punti) Si provi *formalmente* (per induzione) la proprietà di *Preservation* con la semantica call-by-name. È sufficiente considerare i casi base e almeno 3 casi induttivi.
5. (7 punti) Fornire una versione della semantica operativa del linguaggio in stile *call-by-value*, *right-to-left*: $\longrightarrow_{cbv}^{rl}$. Verificare formalmente la validità o meno della consistenza tra le due semantiche $\longrightarrow_{cbv}^{lr}$ e $\longrightarrow_{cbv}^{rl}$.