

## Prova scritta di Linguaggi - 17.09.2015

Si consideri il linguaggio funzionale  $Lang$ :

$$E \in Lang ::= x \mid \text{true} \mid \text{false} \mid E_1 \text{ or } E_2 \mid \neg E \mid \\ \text{let } x : T = E_1 \text{ in } E_2 \mid \text{fun}(x : T) \Rightarrow E \mid E_1 E_2 \\ \text{fix}.E$$

1. (5 punti) Formalizzare la *statica* del linguaggio  $Lang$  fornendo un sistema di tipi con giudizi della forma  $\Gamma \vdash E : T$ , per appropriati tipi  $T$  definiti dal candidato.
2. (7 punti) Una volta definito il sistema di tipi, dire, giustificando *formalmente* la risposta, se il termine

$$\text{let } f : T_1 = (\text{fun}(g : T_2) \Rightarrow (\text{fun}(h : T_3) \Rightarrow ((\text{fix}.(hg))Id))) \text{ in } (f Id)$$

è ben tipato o meno, al variare dei tipi  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ . Dove  $Id$  è la funzione identità sui booleani.

3. (6 punti) Formalizzare la *dinamica* del linguaggio tipato  $Lang$  attraverso una semantica small-step in stile *call-by-name*,  $\longrightarrow_{cbn}$ .
4. (6 punti) Si consideri il seguente linguaggio su numerali:

$$A \in Lang ::= n \mid A + A \mid x \mid x := A \mid \text{let } x = A \text{ in } A$$

Darne una semantica operazione small-step in stile CBN e un sistema di tipi. Dopodiché definire la proprietà di assenza di deadlock (progress) e provarla formalmente.

5. (7 punti) Si definisca formalmente la nozione di simulazione per il linguaggio  $Lang$ , basandosi sulla semantica call-by-name definita prima. La notazione  $E \leq F$  indicherà che  $E$  è simulato da  $F$ . Argomentare in maniera formale se valgono le due seguenti proprietà:

- $\text{fix}.E \leq E(\text{fix}.E)$ , per ogni  $E \in Lang$ ;
- $E(\text{fix}.E) \leq \text{fix}.E$ , per ogni  $E \in Lang$ .

In particolar modo, per ciascuna delle due leggi, si fornisca un controesempio se la legge non vale, oppure una simulazione adeguata per mostrarne la validità.