

Prova scritta di Linguaggi - 07.07.2016

Si consideri il linguaggio *Lang*:

$$\begin{aligned}
 E \in \text{Lang} \quad ::= & \quad x \mid \text{true} \mid \text{false} \mid E_1 \text{ or } E_2 \mid \neg E \mid \\
 & \quad l := E \mid !l \mid E_1; E_2 \mid \text{let } x = E_1 \text{ in } E_2 \mid \\
 & \quad \text{fun}(x : T) \Rightarrow E \mid E_1 E_2 \mid \text{fix}.E
 \end{aligned}$$

1. (6 punti) Formalizzare la *statica* del linguaggio *Lang* fornendo un sistema di tipi. I tipi da usare sono definiti dalla seguente grammatica:

$$\begin{aligned}
 T \quad ::= & \quad \text{bool} \mid T \rightarrow T \\
 T_{\text{loc}} \quad ::= & \quad \text{boolref}
 \end{aligned}$$

Si noti che il linguaggio NON contiene un costrutto *skip*.

2. (8 punti) Una volta definito il sistema di tipi, dire, giustificando *formalmente* la risposta, se il termine

$$\left(\text{fun}(f : T_1) \Rightarrow f \text{ Id} \right) \left(\text{fun}(g : T_2) \Rightarrow \left(\text{fun}(h : T_3) \Rightarrow \neg((\text{fix}.(h \text{ true}))g) \right) \right)$$

è ben tipato o meno, al variare dei tipi T_1 , T_2 e T_3 , dove con *Id* si intende la funzione identità sui booleani.

3. (5 punti) Formalizzare la *dinamica* del linguaggio tipato *Lang* attraverso una semantica small-step in stile *call-by-value*, *left-to-right*.
4. (8 punti) Della semantica operativa precedente se ne dia (per differenza) una versione *right-to-left*. Dopodichè:
 - si formalizzi in maniera appropriata la proprietà di *consistenza* delle due semantiche small-step;
 - si provi *formalmente* se tale proprietà vale o meno nel linguaggio studiato.
5. (4 punti) Si definisca formalmente la nozione di simulazione per il linguaggio *Lang*, basandosi su una semantica left-to-right in versione *call-by-name* (si diano le regole semantiche mancanti). La notazione $E \leq F$ indicherà che E è simulato da F . Argomentare in maniera formale se valgono le due seguenti leggi algebriche:

- $\text{fix}.E \leq E(\text{fix}.E)$, per ogni $E \in \text{Lang}$;
- $E(\text{fix}.E) \leq \text{fix}.E$, per ogni $E \in \text{Lang}$.

In particolar modo, per ciascuna delle due leggi, si fornisca un controesempio, se la legge non vale, oppure una simulazione adeguata per mostrarne la validità.