

Prima prova parziale di ANALISI MATEMATICA I

Compito B

Prof. S. De Marchi, Dott. M. Caliari e Dott. V. Recupero

Verona, 9 gennaio 2006

Il candidato dovrà scrivere su **ogni** foglio il cognome, nome, numero di matricola. I fogli saranno forniti da chi fa assistenza. **Consegnare fogli leggibili!**

1. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{n+1} \log \left(\frac{(n+1)! - 1}{(n+1)!} \right)}{\sin \left(\frac{\log(1+n)}{n+1} \right)}$$

2. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x} - 2 \sinh x}{\log^4 |x| + \cos x}.$$

3. Calcolare gli eventuali valori dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$ per cui la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2 + 2e^{\frac{1}{x-2}} & \text{se } x < 2 \\ a^3 & \text{se } x = 2 \\ \frac{\cosh(bx - 2b) - 1}{(2-x)^2} & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

è continua.

4. *Facoltativo per gli Informatici Multimediali e obbligatorio per i Matematici.*

- (i) Dimostrare che

$$|z_1 + z_2|^2 - |z_1 - z_2|^2 = 2(\bar{z}_1 z_2 + z_1 \bar{z}_2), \quad \forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}.$$

- (ii) Sia $z = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$ allora per ogni $n \in \mathbb{N}$ provare che

$$3 \cos(n\theta) = \frac{3}{2} \left(z^n + \frac{1}{z^n} \right).$$

- (iii) Trovare tutte le soluzioni complesse dell'equazione:

$$(z|z|)^2 - 3i\bar{z} = 0.$$

Tempo: 1.5 ore per i Multimediali e 2 ore per i Matematici.

Usare solo carta e penna!