Metodi numerici per le equazioni differenziali

Prof. Marco Caliari

Verona, 2 febbraio 2023

Inviare un unico file, ottenuto comprimendo una cartella dal nome uguale al proprio numero di matricola e contenente tutti i file necessari ad eseguire gli script `main1.m`, ..., `main2.m`, uno per ogni punto del testo, all'indirizzo email `marco.caliari@univr.it`. Chi intende ritirarsi mandi comunque un'email comunicando la propria intenzione.

1. Si risolva il seguente sistema differenziale

$$\begin{cases} x'(t) = y(t) + \sin(t) \\ y'(t) = -x(t) + \cos(t) \\ x(0) = y(0) = 1 \end{cases}$$

con il metodo Runge–Kutta di tableau

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & & \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ \hline & \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \end{array}$$

e si mostri il corretto ordine di convergenza ad una soluzione di riferimento al tempo $t^* = 1$.

2. Si applichi il metodo Eulero implicito ad una discretizzazione spaziale del problema

$$\begin{cases} \partial_t u(t,x) = \dfrac{1}{20}\partial_{xx} u(t,x) + \dfrac{1}{1+u(t,x)^2}, & t \geq 0,\ x \in [0,1] \\ u(t,0) = 0, & t \geq 0 \\ \partial_x u(t,1) = 0, & t \geq 0 \\ u(0,x) = \sin(\pi x), & x \in [0,1] \end{cases}$$

e se ne mostri l'ordine di convergenza temporale rispetto ad una soluzione di riferimento al tempo $t^* = 0.1$.