Logica computazionale
(Laurea Specialistica)
Assegnamento 2

Giovanni Lovato
`VR077231`

29 ottobre 2009

Esercizio 1

L'affermazione

> If everybody loves someone, then someone is loved by everybody.

è descritta dal predicato

$$\forall x \in M \exists y \in M.L(x,y) \to \exists x \in M \forall y \in M.L(y,x)$$

con M insieme di individui e $L : M \times M \to \{\mathbf{V}, \mathbf{F}\}$, che può essere falsificato dal modello $\mathcal{M} = (M, L)$ nell'interpretazione $\mathcal{I}$ in cui $M = \{m_1, m_2, m_3\}$ e $L_{\mathcal{I}} = \{\langle m_1, m_2\rangle, \langle m_2, m_3\rangle, \langle m_3, m_1\rangle\}$ in cui ogni elemento di M è in relazione con un qualche altro elemento di M, ma non esiste alcun elemento che è in relazione con tutti gli altri: $L_{\mathcal{I}}(m_1, m_3) = \mathbf{F}$, $L_{\mathcal{I}}(m_2, m_1) = \mathbf{F}$, $L_{\mathcal{I}}(m_3, m_2) = \mathbf{F}$.

Esercizio 2

L'affermazione

> If someone is loved by everybody, then everybody loves someone.

è descritta dal predicato

$$\exists x \in M \forall y \in M.L(y,x) \to \forall x \in M \exists y \in M.L(x,y)$$

con M insieme di individui e $L : M \times M \to \{\mathbf{V}, \mathbf{F}\}$, che è validato dal seguente albero di sequenti:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{a_0, a_1; L(a_0,a_0), \overbrace{L(a_1,a_0)}^{\times}, \forall y.L(y,a_0) \Rightarrow \overbrace{L(a_1,a_0)}^{\times}, L(a_1,a_1), \exists y.L(a_1,y)}{a_0, a_1; L(a_0,a_0), \forall y.L(y,a_0) \Rightarrow L(a_1,a_0), L(a_1,a_1), \exists y.L(a_1,y)}\ \forall\text{-L}}{a_0, a_1; L(a_0,a_0), \forall y.L(y,a_0) \Rightarrow \exists y.L(a_1,y)}\ \exists\text{-R}}{a_0; L(a_0,a_0), \forall y.L(y,a_0) \Rightarrow \forall x \exists y.L(x,y)}\ \forall\text{-R}}{a_0; \forall y.L(y,a_0) \Rightarrow \forall x \exists y.L(x,y)}\ \forall\text{-L}}{\exists x \forall y.L(y,x) \Rightarrow \forall x \exists y.L(x,y)}\ \exists\text{-L}}{\Rightarrow \exists x \forall y.L(y,x) \to \forall x \exists y.L(x,y)}\ \to\text{-R}$$

Esercizio 3

Dato il sequente

$$\Rightarrow (\exists z \forall v.B(v,z)) \vee (A \rightarrow A)$$

(i) applicando *semantic-tableaux* con strategia breadth-first:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{a_0; A \Rightarrow A, \forall v.B(v,a_0), \exists x \forall v.B(v,z)}{a_0; \Rightarrow A \rightarrow A, \forall v.B(v,a_0), \exists z \forall v.B(v,z)}\ \rightarrow\text{-R}}{a_0; \Rightarrow \exists z \forall v.B(v,z), A \rightarrow A}\ \exists\text{-R}}{a_0; \Rightarrow (\exists z \forall v.B(v,z)) \vee (A \rightarrow A)}\ \vee\text{-R}$$

la procedura termina per l'assioma $A \Rightarrow A$;

(ii) con strategia depth-first:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dots}{a_0, a_1, a_2, a_3; \Rightarrow B(a_1,a_0), B(a_2,a_0), B(a_3,a_1), \exists z \forall v.B(v,z), A \rightarrow A}}{a_0, a_1, a_2; \Rightarrow B(a_1,a_0), B(a_2,a_0), \forall v.B(v,a_1), \exists z \forall v.B(v,z), A \rightarrow A}\ \forall\text{-R}}{a_0, a_1; \Rightarrow B(a_1,a_0), \forall v.B(v,a_0), \forall v.B(v,a_1), \exists z \forall v.B(v,z), A \rightarrow A}\ \forall\text{-R}}{a_0, a_1; \Rightarrow B(a_1,a_0), \exists z \forall v.B(v,z), A \rightarrow A}\ \exists\text{-R}}{a_0; \Rightarrow \forall v.B(v,a_0), \exists z \forall v.B(v,z), A \rightarrow A}\ \forall\text{-R}}{a_0; \Rightarrow \exists z \forall v.B(v,z), A \rightarrow A}\ \exists\text{-R}}{a_0; \Rightarrow (\exists z \forall v.B(v,z)) \vee (A \rightarrow A)}\ \vee\text{-R}$$

la procedura andrebbe avanti all'infinito ciclando su regole $\exists$-R e $\forall$-R.