



Progetto Tandem

Prova scritta di Matematica di Base - Modulo 1 Propedeutico

12 marzo 2014

**Pb 1.** Si consideri la seguente relazione sull'insieme  $\mathbf{Z}$  dei numeri interi relativi:

$$R = \{(m, n) : m, n \in \mathbf{Z} \text{ e } m^2 - n^2 \text{ è divisibile per } 5\}.$$

Si dica se si tratta di una relazione di tipo noto e si trovino tutti gli elementi  $\beta \in \mathbf{Z}$  tali che  $(\beta, 3) \in R$ .

**Pb 2.** Si consideri, sull'insieme  $\mathbf{Z}$  degli interi relativi, la relazione

$$R = \{(x, y) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} : x^6 = y^6 \text{ e } x \leq y\}.$$

Dimostrare che si tratta di una relazione d'ordine largo e trovare per quali  $x, y \in \mathbf{Z}$  si ha  $(x, 2) \in R, (y, -2) \in R$ .

**Pb 3.** Sull'insieme  $X = \{a, b, c, d, e, f\}$  si consideri la relazione

$$R = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, e), (c, e), (d, e), (a, e), (f, b), (f, e)\}.$$

Verificare se si tratta di una relazione d'ordine stretto. In caso affermativo, determinare gli eventuali maggioranti, minoranti, massimali, minimali, estremo superiore, estremo inferiore, massimo, minimo del sottinsieme  $S = \{a, b, f\}$ .

**Pb 4.** Dato l'insieme di coppie ordinate

$$g = \{(x, x+2) : x \in \mathbf{N}, x^3 < 6\} \cup \{(x, 4-x) : x \in \mathbf{N}, 0 \leq x^2 - 1 \leq 3\} \cup \{(x, x-3) : x \in \mathbf{N}, x > 2\} \cup \{(2, 2), (1, 3)\},$$

giustificare perché  $g$  è una funzione da  $\mathbf{N}$  in  $\mathbf{N}$ . Dire anche, giustificando le risposte, se è totale, iniettiva, suriettiva, biiettiva. Data poi la funzione  $f = \{(0, 3), (4, 2), (3, 5)\}$ , si scrivano le funzioni composte  $h = f \circ g$  e  $k = g \circ f$  precisandone l'insieme di definizione e l'immagine. Si dica anche se sono queste due funzioni sono iniettive.

**Pb 5.** Dati i tre insiemi  $3\mathbf{N}$ ,  $4\mathbf{N}$  e  $5\mathbf{N}$  (formati rispettivamente dai numeri naturali multipli di 3, 4 e 5), dimostrare che la loro unione è numerabile. Che dire della cardinalità di

$$3\mathbf{N} \cup 4\mathbf{N} \cup 5\mathbf{N} \cup \{\pi\}?$$

Nome e Cognome: ..... Scuola: .....