

Appunti di Matematica

Risoluzione grafica di disequazioni lineari in due variabili

Daniela Disconzi
Fabrizio Giugni
Massimo Pasquetto

IPSEOA Angelo Berti
classe 5AS

24 febbraio 2017

- 1 Risoluzione grafica di disequazioni lineari in due variabili
 - Disequazioni lineari
 - Sistemi di disequazioni lineari
 - Esercizi

Disequazioni in due variabili

Risolvere una disequazione in due variabili del tipo

$$P(x, y) > 0$$

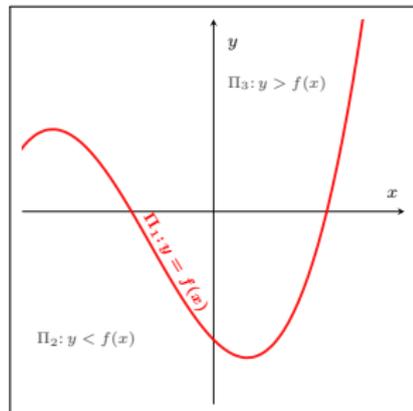
significa determinare tutte le coppie di numeri (a, b) tali che $P(a, b) > 0$. Risolvere graficamente la disequazione significa individuare la parte di piano (regione delle soluzioni) i cui punti hanno coordinate che verificano la disequazione data.

La curva di equazione $y = f(x)$ divide il piano in tre insiemi di punti disgiunti

l'insieme dei punti Π_1 è formato dai soli punti le cui coordinate soddisfano l'equazione

$$y = f(x)$$

sono i punti che si trovano sulla curva

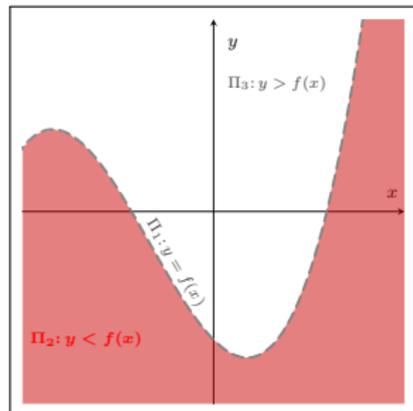


La curva di equazione $y = f(x)$ divide il piano in tre insiemi di punti disgiunti

l'insieme dei punti del piano le cui coordinate soddisfano la disequazione

$$y < f(x)$$

i punti della regione del piano Π_2 sotto la curva $y = f(x)$

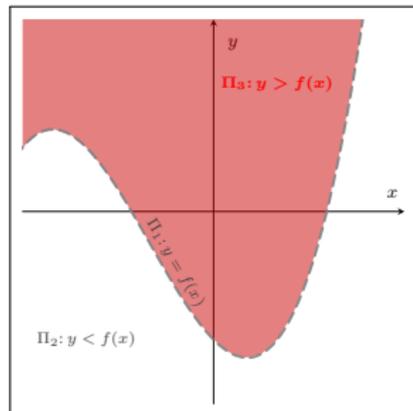


La curva di equazione $y = f(x)$ divide il piano in tre insiemi di punti disgiunti

l'insieme dei punti del piano le cui coordinate soddisfano la disequazione

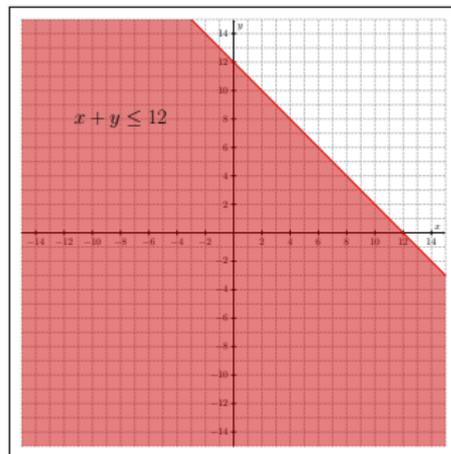
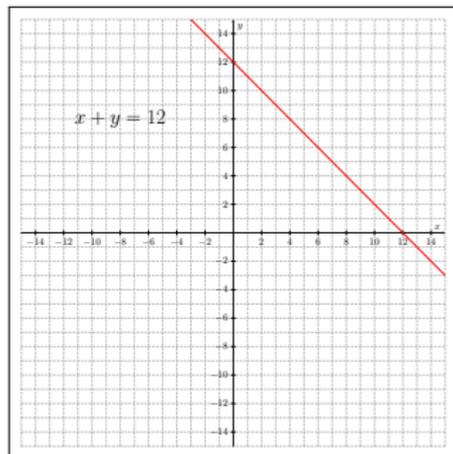
$$y > f(x)$$

i punti della regione del piano Π_3 sopra la curva $y = f(x)$



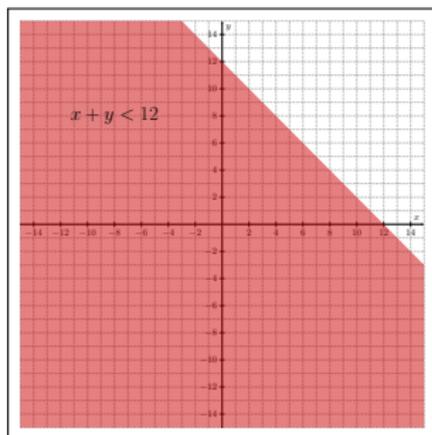
Disequazioni lineari in due variabili

La retta rappresenta l'insieme dei punti le cui coordinate soddisfano l'equazione lineare in due variabili $x + y = 12$



Il semipiano chiuso avente per origine la retta $x + y = 12$ e contenente l'origine degli assi cartesiani è formato da tutti i punti del piano le cui coordinate soddisfano la disequazione lineare in due variabili

$$x + y \leq 12$$



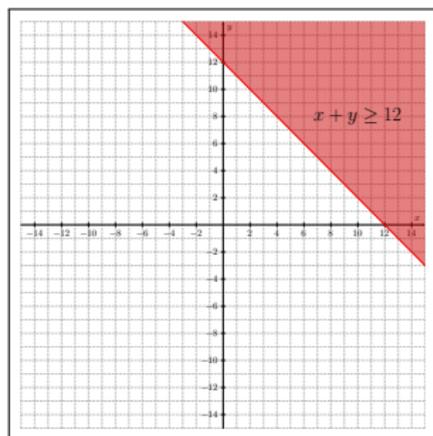
Semipiano aperto soluzione della disequazione

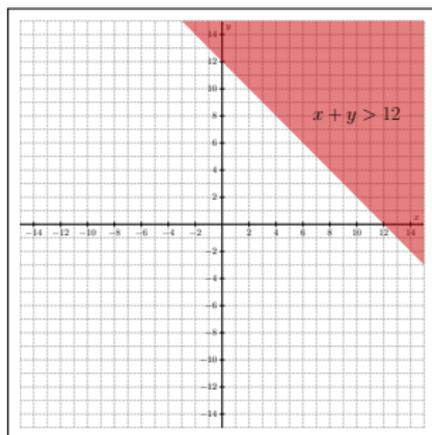
$$x + y < 12$$

Semipiano chiuso avente per origine la retta $x + y = 12$ e NON contenente l'origine degli assi cartesiani.

Il semipiano è soluzione della disequazione lineare in due variabili

$$x + y \geq 12$$



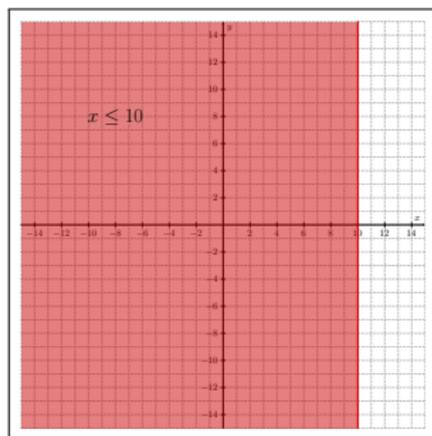


Semipiano aperto soluzione della disequazione

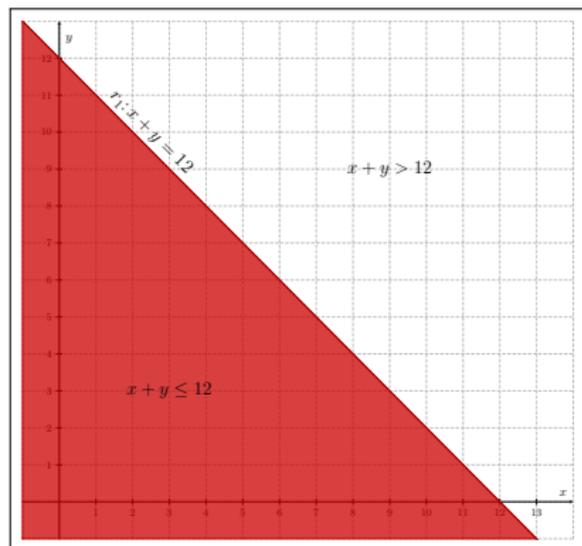
$$x + y > 12$$

Semipiano chiuso avente per origine la retta verticale $x = 10$ e contenente l'origine degli assi cartesiani. Il semipiano è soluzione della disequazione lineare in due variabili $x + 0y \leq 10$ ovvero

$$x \leq 10$$

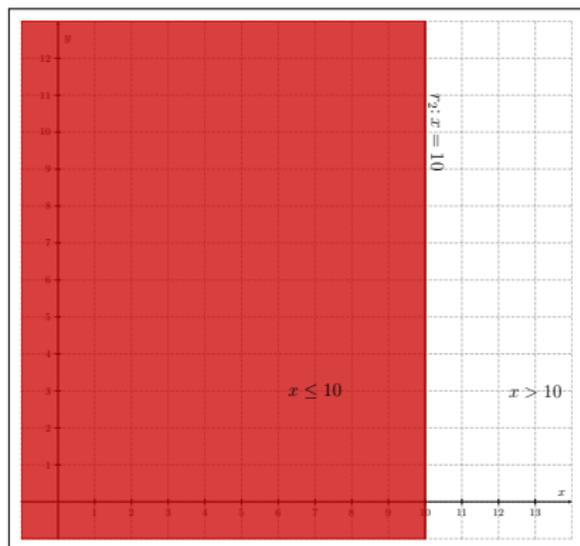


Sistemi di disequazioni



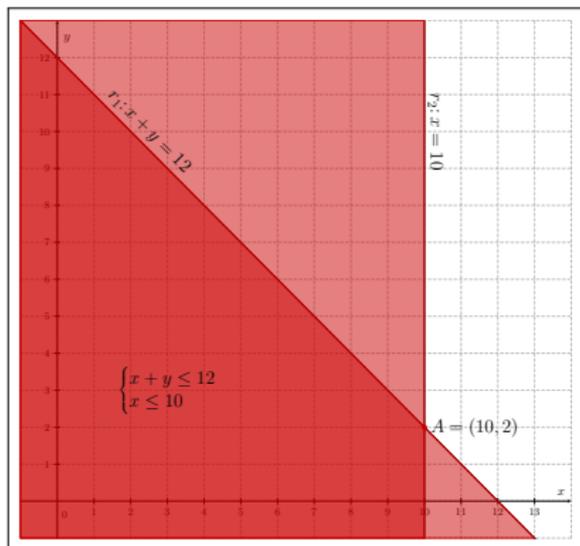
Semipiano delle soluzioni
della disequazione

$$x + y \leq 12$$



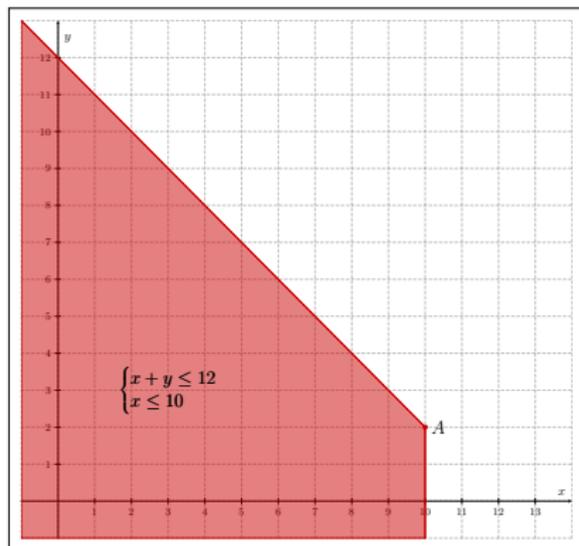
Semipiano delle soluzioni
della disequazione

$$x \leq 10$$



Intersezione delle soluzioni
delle disequazioni

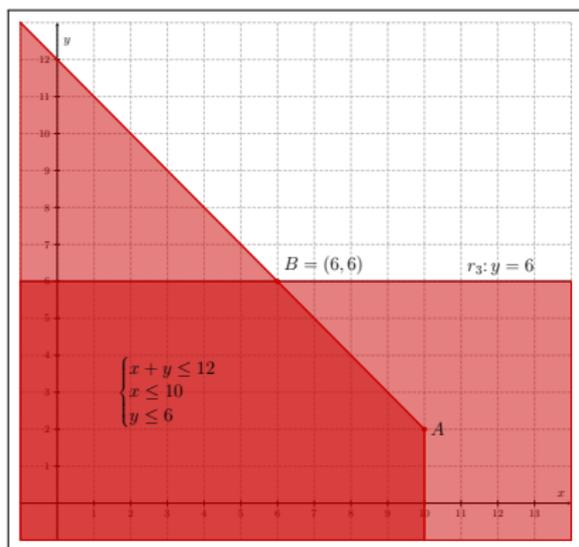
$$x + y \leq 12 \wedge x \leq 10$$



Regione del piano
soluzione del sistema

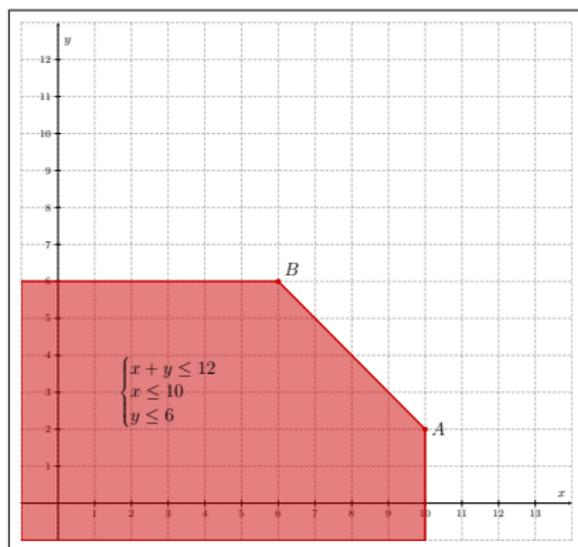
$$\begin{cases} x + y \leq 12 \\ x \leq 10 \end{cases}$$

Si ottiene il vertice di coordinate
(10, 2)



Alla regione soluzione del precedente sistema viene aggiunto il vincolo(disequazione)

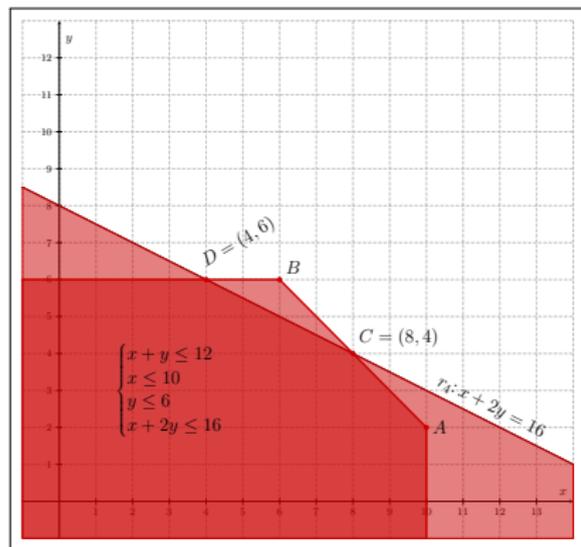
$$y \leq 6$$



Regione del piano soluzione del sistema

$$\begin{cases} x + y \leq 12 \\ x \leq 10 \\ y \leq 6 \end{cases}$$

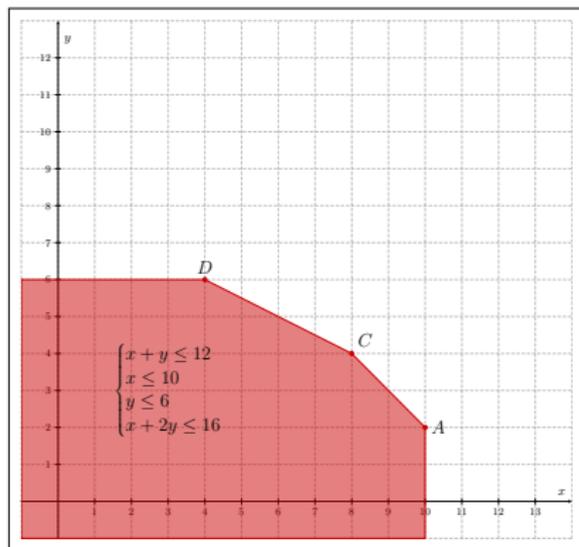
Si ottiene il vertice (6, 6)



Aggiungendo il vincolo

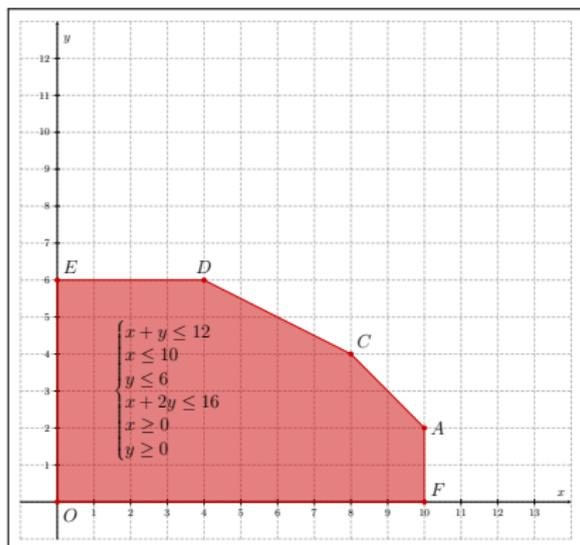
$$x + 2y \leq 16$$

si ottengono altri due vertici
(8, 4) e (4, 6)



Regione del piano
soluzione del sistema

$$\begin{cases} x + y \leq 12 \\ x \leq 10 \\ y \leq 6 \\ x + 2y \leq 16 \end{cases}$$



Aggiungendo le disequazioni

$$x \geq 0 \wedge y \geq 0$$

si ottengono altri tre vertici
(0, 6), (0, 0) e (10, 0)

$$\begin{cases} x + y \leq 12 \\ x \leq 10 \\ y \leq 6 \\ x + 2y \leq 16 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

La soluzione del sistema è un poligono convesso (esagono) di vertici (0, 0), (10, 0), (10, 2), (8, 4), (4, 6) e (0, 6)

Ora prova da solo.

- 1 Risolvere graficamente la disequazione $2x + 3y \leq 12$
- 2 Risolvere graficamente la disequazione $x \leq 6$
- 3 Risolvere graficamente la disequazione $y \geq 2$

- 4 Determinare il poligono delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x - 2y + 2 \geq 0 \\ x - 4 \leq 0 \\ y + 2 \geq 0 \\ x + y + 2 \geq 0 \end{cases}$$

- 5 Determinare il poligono delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} y \leq 5x \\ y \leq 5 \\ x + y \leq 9 \\ x - y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$