

8:45

Presentazione della giornata

Relazioni su invito:

9:00 – 10:00	<b>Mauro Di Nasso</b> (Università di Pisa)  <i>La retta iperreale dell'analisi nonstandard: uno sguardo ravvicinato.</i>	<p>Questo mio intervento si concentra sulla retta iperreale dell'analisi nonstandard e sulla sue fondamentali proprietà.</p> <p>La prima parte sarà dedicata agli aspetti fondazionali, cioè:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>(1) le proprietà che definiscono una retta iperreale;</li><li>(2) varie costruzioni che ne garantiscono l'esistenza;</li><li>(3) il problema dell'unicità.</li></ol> <p>Nella seconda parte tratterò della struttura d'ordine della retta iperreale, e in particolare tratterò dei seguenti problemi:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>(1) I numeri infinitesimi hanno lo stesso tipo d'ordine di tutti i numeri iperreali?</li><li>(2) Si può mantenere una qualche forma più debole della proprietà di completezza anche sui numeri iperreali?</li></ol>
10:00 – 11:00	<b>Lorenzo Luperi Baglini</b> (Università di Milano)  <i>Quanti elementi ha un insieme infinito?</i>	<p>Sin da bambini impariamo a contare il numero di elementi di una collezione di oggetti, abituandoci ad alcune evidenti proprietà immediate: se ad una collezione aggiungo oggetti, il loro numero cresce; se ne tolgo, il numero diminuisce; se unisco collezioni diverse, il numero totale di elementi si ottiene sommando, e così via. Queste proprietà evidenti rimangono vere se proviamo a contare il numero di elementi di un insieme infinito? La risposta dipende dal modo scelto per formalizzare la nozione di "quantità di elementi" di un insieme infinito.</p> <p>In questo intervento mostreremo come l'analisi nonstandard permetta di preservare varie proprietà intuitivamente evidenti tramite la nozione di "numerosità", e come questa sia connessa a quella di "insieme iperfinito".</p>
11:00 – 11:30		Pausa
11:30 – 12:30	<b>Marco Degiovanni</b> (Università Sacro Cuore, Brescia)  <i>Alcune riflessioni sull'approccio all'Analisi nonstandard secondo E. Nelson</i>	<p>L'approccio più seguito all'Analisi non standard, conforme alla prima formulazione, prevede di ampliare l'insieme dei numeri reali con l'aggiunta dei numeri iperreali.</p> <p>Da un certo punto di vista, si può però dire che l'insieme dei numeri reali è già molto grande, a fronte in particolare della finitezza dei ragionamenti matematici.</p> <p>L'approccio alla Nelson mira allora a riconoscere che già nell'ambito dei numeri reali sono presenti infinitesimi e numeri infinitamente grandi.</p> <p>Altre riflessioni vengono allora suscitate. Esiste un solo tipo di finito o c'è una distinzione tra un finito "esplicito" e un finito che va gestito con ragionamenti paragonabili con quelli richiesti dall'infinito?</p>
12:30 – 14:00		Pausa

**Roberto Zanasi**  
(ITIS Fermi, Modena)  
14:00  
-  
15:00  
*Gli infiniti non sono tutti uguali. - Errori frequenti nell'uso degli indistinguibili*

La relazione di indistinguibilità tra numeri iperreali, gemella della relazione di asintoticità in analisi standard, è uno strumento molto comodo da utilizzare nei calcoli. Essa, però, se non ben compresa, può portare a commettere errori, tanto che alcuni insegnanti preferiscono non trattarla nelle loro lezioni. Data l'importanza anche teorica di tale relazione, ben evidente ad esempio nella trattazione del calcolo integrale, si propongono alcune idee che, grazie anche all'aiuto degli strumenti ottici tipici dell'analisi non standard, possono aiutare gli studenti nella sua comprensione. Come esempio di applicazione del concetto di indistinguibilità, viene poi mostrata l'analisi del lancio di una moneta, dove il rapporto tra numero di teste e numero di croci si comporta in modo molto diverso rispetto alla loro differenza. Si conclude l'intervento con un esercizio sugli infiniti che porta a ricavare una versione semplificata della formula di Stirling.

#### Presentazioni su richiesta:

**Daniele Zambelli**  
(Liceo Fracastoro, Verona)  
15:00  
-  
15:30  
*Limiti e infinito*

I limiti, sono l'argomento obbligato per affrontare l'analisi con il metodo standard. Nell'Analisi Non Standard è possibile affrontare derivate e integrali senza usare i limiti.

Alcuni testi non standard li ignorano completamente, altri li introducono dopo aver trattato la derivazione e l'integrazione. La semplicità del concetto di limite espresso in forma non standard, permette di proporlo presto nel percorso di studi come semplice applicazione del calcolo con i numeri iperreali.

In questo intervento, riprenderò brevemente il concetto di limite finito al finito per approfondire poi i limiti infiniti e i limiti all'infinito.

**Tano Cavattoni**  
(Liceo Agli Angeli, Verona)  
15:30  
-  
16:00  
*Calcolo differenziale in terza liceo? Perché no?*

L'introduzione del calcolo differenziale al terzo anno del liceo scientifico non è più solo sperimentazione di qualche docente o consiglio di classe; in alcuni casi è prassi consolidata e affinata negli anni. Il confronto, la contaminazione e la condivisione di esperienze non possono che stimolare la ricerca e far crescere la qualità del nostro lavoro.

In questa relazione verrà presentata un'esperienza tutt'ora in corso in un liceo di Verona, esponendo brevemente le necessarie modifiche della programmazione e alcuni esempi di approccio al calcolo differenziale e integrale, lasciando spazio alla condivisione di questioni e proposte.

**Leonardo Aldegheri**  
(Liceo Messedaglia, Verona)  
16:00  
-  
16:30  
*L'introduzione degli iperreali in una terza liceo scientifico.*

In questo intervento ci si propone di illustrare una possibile introduzione dell'insieme degli iperreali nel programma di una terza liceo scientifico. In particolare ci si focalizzerà sulla parte di programma in cui inserire questo insieme e sul grado di approfondimento mantenuto durante un reale tentativo di avvicinare questo nuovo insieme, fatto in una terza. Infine si mostreranno alcuni vantaggi, derivati dall'aver introdotto l'insieme degli iperreali, nel calcolo differenziale, anche questo proposto in via sperimentale, nella stessa terza. I vantaggi nel calcolo differenziale si concentreranno sull'aspetto dimostrativo delle formule di derivazione.

16:30	<b>Andrea Centomo</b> (Liceo Corradini, Thiene - Vicenza)	In diverse applicazioni della matematica (ecocardiografia, design, stampa 3D,...) si ha la necessità di calcolare o quantomeno di stimare il volume di solidi di rotazione. Nel mio intervento mostrerò un possibile approccio elementare al calcolo di volumi di solidi di rotazione che richiede nozioni minime di NSA. I contenuti proposti sono adatti ad un pubblico di studenti di terza liceo.
-		
17:00	<i>Solidi di rotazione e NSA</i>	
17:00		
-		
18:00		Discussione e conclusioni