

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 13 settembre 2011 Facoltà di Ingegneria - Udine

Problema 1 (5 punti):

Formulare come un problema di PLI il problema di trovare la più lunga sottosequenza comune di due stringhe assegnate $s = s_1s_2 \cdots s_n$ e $t = t_1t_2 \cdots t_m$.

Problema 2 (8 punti):

Un robot R , inizialmente situato nella cella A-1, deve portarsi nella sua home H situata nella cella G-9.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	R	1	3	0	1	1	0	0	•
B	2	2	0	0	•	•	0	0	0
C	2	2	0	1	0	0	1	1	1
D	0	0	•	0	0	0	1	0	0
E	0	0	1	1	•	1	0	0	0
F	0	1	1	1	0	1	•	•	1
G	3	3	0	1	•	0	0	1	H

I movimenti base possibili sono il passo verso destra (ad esempio dalla cella A-3 alla cella A-4) ed il passo verso in basso (ad esempio dalla cella A-3 alla cella B-3). Tuttavia il robot non può visitare le celle occupate da un pacman (•). Quanti sono i percorsi possibili? Inoltre, in ogni cella non occupata da un pacman (•) é presente un valore intero che esprime un guadagno che viene ottenuto se il robot passa per quella cella. Potremmo quindi essere interessati al massimizzare il guadagno complessivo raccolto con la traversata.

- 2.1(1pt) Quanti sono i percorsi possibili se la partenza è in A-1?
- 2.2 (1pt) e se la partenza è in B-3?
- 2.3 (1pt) e se con partenza in A-1 il robot deve giungere in F-6?
- 2.4 (1pt) e se con partenza in A-1 ed arrivo in G-9 al robot viene richiesto di passare per la cella D-5?
- 2.5(2pt) Quale é il massimo guadagno raccogliabile nella traversata da A-1 a G-9?
- 2.6(2pt) Quanti sono i percorsi possibili che consegnano questo guadagno massimo?

consegna	numero percorsi
A-1 → G-9	
B-3 → G-9	
A-1 → F-6	
passaggio per D-5	
massimo valore	
numero di max-val paths	

Problema 3 (4 punti):

Trovare la più lunga sottosequenza comune tra le stringhe $s = \text{TCGCGAGAACTGTGCGCA}$ e $t = \text{GCATGATCGAAGTCAC}$. Fare lo stesso con alcuni prefissi di s e t .

3.1(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e t ?

3.2(1pt) e nel caso sia richiesto che la sottosequenza comune termini con 'C'?

3.3(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e il prefisso $t_9 = \text{GCATGATCG}$ di t ?

3.4(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra t e il prefisso $s_8 = \text{TCGCGAGA}$ di s ?

tipo di sottosequenza comune	lunghezza	sottosequenza
qualsiasi		
termina con 'C'		
tra s e t_9		
tra s_8 e t		

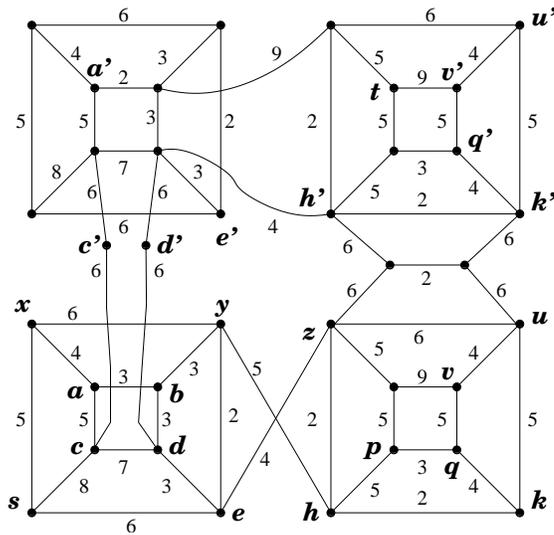
Problema 4 (5 punti):

Nel laboratorio di ricerca del Gran Sasso si stanno studiando alcune soluzioni per eliminare gli scarti tossici dal composto Z utilizzato per gli esperimenti nucleari. A seguito di uno studio condotto dai ricercatori, si ha che i termini di legge sui rifiuti tossici sono soddisfatti se in una tonnellata di composto Z è presente una percentuale di nichel compresa fra il 7% e l'11%, una percentuale di cadmio tra il 2% e il 5% e infine una percentuale di manganese tra l'1,5% e il 2%. Ogni tonnellata di composto Z è ottenuta miscelando insieme due diversi componenti, A e B, il cui contenuto di nichel, cadmio e manganese in percentuale è riportato, per ogni tonnellata, nella tabella seguente. In tabella sono riportati anche i costi per ogni tonnellata di componente. Formulare il problema di trovare la quantità di componenti A e B che produce una tonnellata di composto Z a minor costo, e che rispetta i requisiti di legge.

	Componente A	Componente B
Nichel	5%	8%
Cadmio	2%	3%
Manganese	1%	2%
Costo (MEuro per ton.)	3	4

Problema 5 (14 punti):

Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no. In ogni caso, disegnare il grafo in modo da minimizzare il numero di incroci tra archi.
- 5.2.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo G' ottenuto da G sostituendo l'arco $c'e$ con un arco $c'x$ e l'arco $d'e$ con un arco $d'y$ è planare oppure no.
- 5.3.(1+1pt) Dire, certificandolo, se G e G' è bipartito oppure no.
- 5.4.(1+1pt) Trovare l'albero dei cammini minimi dal nodo s . Esprimere la famiglia di tali alberi.
- 5.5.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.6.(2pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.7.(2pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 5.8.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .