

## Esame di Ricerca Operativa - 16 giugno 2010

### Facoltà di Ingegneria - Udine

**Problema 1 (9 punti):**

$$\begin{cases} \max & 6x_1 + 60x_2 - 10x_3 \\ & x_1 - 10x_2 + 5x_3 \geq 5 \\ & 3x_1 - 20x_2 + 5x_3 \leq 5 \\ & -2x_1 + 10x_2 - x_3 \leq 4 \\ & x_2, x_3 \geq 0, \quad x_1 \leq 0 \end{cases}$$

- 1.1(1pt)** Portare il problema in forma standard.
- 1.2(1pt)** Impostare il problema ausiliario.
- 1.3(2pt)** Risolvere il problema ausiliario per ottenere una soluzione ammissibile di base al problema originario.
- 1.4(2pt)** Risolvere il problema originario all'ottimo.
- 1.5(1pt)** Quanto si sarebbe disposti a pagare per ogni unità di incremento per l'availability nei tre vincoli? (Per piccole variazioni.)
- 1.6(2pt)** Fino a dove si sarebbe disposti a pagare tali prezzi ombra?

**Problema 2 (4 punti):**

Sia  $B = 36$  la capacità del mio zaino. Si supponga di voler trasportare un sottoinsieme dei seguenti elementi a massima somma dei valori, soggetti al vincolo che la somma dei pesi non ecceda  $B$ .

nome	A	B	C	D	E	G	H	I	L	M	N	O	Q	R	T	U
peso	25	5	22	13	17	13	61	5	4	17	29	26	20	9	42	39
valore	7	5	4	13	5	13	63	5	4	17	13	11	5	9	99	64

- 2.1(1pt)** quanto vale la somma massima dei valori di elementi trasportabili (con somma dei pesi al più  $B = 36$ )? Quali elementi devo prendere?
- 2.2 (1pt)** e nel caso  $B = 34$ ?
- 2.3 (1pt)** e nel caso  $B = 33$ ?
- 2.4 (1pt)** e nel caso  $B = 29$ ?

B	max val	peso	quali prendere
36			
34			
33			
29			

**Problema 3 (4 punti):**

Trovare la più lunga sottosequenza comune tra le stringhe  $s = ACAGAGGCTACACG$  e  $t = ACGCAGTCAGGAACGC$ . Fare lo stesso con alcuni suffissi di  $s$  e  $t$ .

**3.1(1pt)** quale è la più lunga sottosequenza comune tra  $s$  e  $t$ ?

**3.2(1pt)** e nel caso sia richiesto la sottosequenza comune parta con 'G'?

**3.3(1pt)** quale è la più lunga sottosequenza comune tra  $s$  e il suffisso  $t_8 = CAGGAACGC$  di  $t$ ?

**3.4(1pt)** quale è la più lunga sottosequenza comune tra il suffisso  $s_8 = CTACACG$  di  $s$  e  $t$ ?

tipo di sottosequenza comune	lunghezza	sottosequenza
qualsiasi		
parte con 'G'		
tra $s$ e $t_8$		
tra $s_8$ e $t$		

**Problema 4 (4 punti):**

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

5	7	9	3	5	22	29	53	6	26	52	10	33	20	45	47	11	8	4	27	12	15	30	40	13
---	---	---	---	---	----	----	----	---	----	----	----	----	----	----	----	----	---	---	----	----	----	----	----	----

**4.1(1pt)** trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

**4.2(1pt)** trovare una sottosequenza decrescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

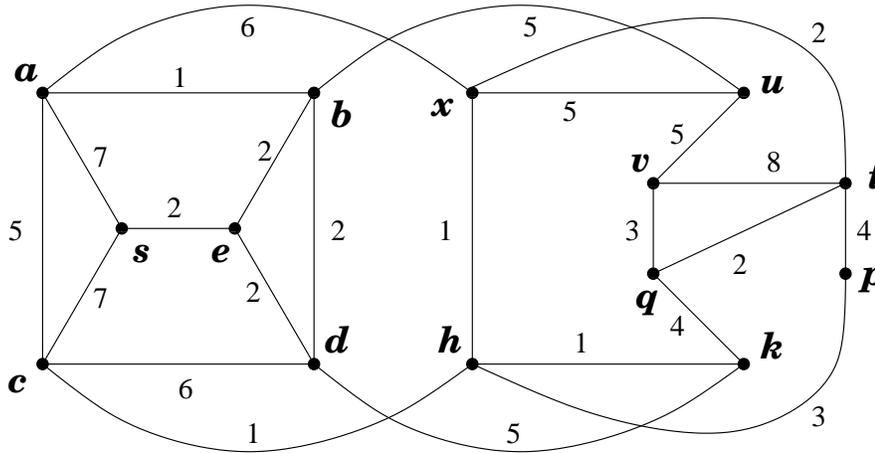
**4.3(1pt)** Una sequenza è detta una V-sequenza se cala fino ad un certo punto, e da lì in poi cresce sempre. Trovare la più lunga V-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

**4.4(1pt)** trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 33. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
decrescente		
V-sequenza		
crescente con 33		

**Problema 5 (14 punti):**

Si consideri il grafo  $G$ , con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no. In ogni caso, disegnare il grafo in modo da minimizzare il numero di incroci tra archi.
- 5.2.(1+1pt) Dire quale sia il minimo numero di archi la cui rimozione renda il grafo bipartito fornendo i certificati del caso.
- 5.3.(1+1pt) Trovare l'albero dei cammini minimi dal nodo  $s$ . Esprimere la famiglia di tali alberi.
- 5.4.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.5.(2pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.6.(3pt) Trovare un massimo flusso dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .
- 5.7.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .

**Problema 6 (3 punti):**

Un lanificio produce filato di tipo standard e di tipo speciale utilizzando 3 diverse macchine, le cui produzioni orarie sono le seguenti:

**macchina A** 3 matasse standard e 1 speciale;

**macchina B** 2 matasse standard e 2 speciali;

**macchina C** 2 matasse standard e 1 speciale.

Il mercato richiede almeno 60 matasse standard e 40 di tipo speciale al giorno. I costi orari delle tre macchine sono: 90 euro per la A, 80 euro per B, 60 euro per C. Scrivere un modello di programmazione lineare per determinare la produzione giornaliera di costo minimo.