

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

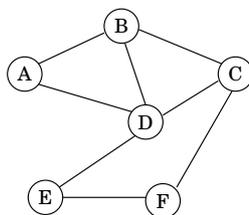
FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 23 settembre 2009 Facoltà di Ingegneria - Udine

Problema 1 (2+2 punti):

Una CRICCA in un grafo $G = (V, E)$ è un sottoinsieme $X \subseteq V$ tale che per ogni due nodi $x_1, x_2 \in X$ l'arco x_1x_2 è un arco di G (appartiene ad E).

Ad esempio, gli insiemi $\{A, B, D\}$ e $\{B, D, C\}$ sono due possibili cricche per il grafo G in figura.



Nelle applicazioni siamo solitamente interessati a trovare cricche che comprendano il maggior numero possibile di nodi.

Formulare come un problema di Programmazione Lineare Intera (PLI) la ricerca di una massima cricca sul grafo G in figura.

Mostrare come sia più in generale possibile formulare come un problema di Programmazione Lineare Intera (PLI) la ricerca di una massima cricca su un grafo $G = (V, E)$ generico.

Problema 2 (4 punti):

Una fonderia produce un solo prodotto, ottenuto dalla fusione di 4 diversi materiali grezzi. La composizione di ciascun materiale, espressa in percentuale per kg di materiale, e il costo unitario (Euro/kg) sono espressi nella seguente tabella:

	% alluminio	% silicio	% carbonio	costo al kg
materiale 1	3	4	6	680
materiale 2	5	4	5	750
materiale 3	1	2.5	4	450
materiale 4	4	5	7	870

Si tenga conto che il prodotto finale deve contenere una percentuale di alluminio tra il 3% e l'8%, una percentuale di silicio tra il 4% e il 5%, e una percentuale di carbonio non superiore al 5%. Formalizzare il problema di pianificare la produzione della fonderia con l'obiettivo di minimizzare i costi.

Problema 3 (4 punti):

Sia $B = 36$ la capacità del mio zaino. Si supponga di voler trasportare un sottoinsieme dei seguenti elementi a massima somma dei valori, soggetti al vincolo che la somma dei pesi non ecceda B .

nome	A	B	C	D	E	F	G	H	I
peso	2	13	14	6	13	3	16	11	4
valore	11	63	60	33	30	13	66	60	20

3.1(1pt) quanto vale la somma massima dei valori di elementi trasportabili (con somma dei pesi al più $B = 36$)? Quali elementi devo prendere?

3.2 (1pt) e nel caso $B = 33$?

3.3 (1pt) e nel caso $B = 28$?

3.4 (1pt) e nel caso $B = 26$?

B	max val	peso	quali prendere
36			
33			
28			
26			

Problema 4 (4 punti):

Trovare, nel seguente array di interi, un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia **massima**.

19	-9	23	-16	20	-42	30	-20	24	-33	16	-28	7	-15	25	-20	7	-8	21	-25	13	-17	8	-6	4	-3	7
----	----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	----	-----	---	----	----	-----	----	-----	---	----	---	----	---

tipo intervallo	max sum	parte da pos.	arriva a pos.	parte da val.	arriva a val.
qualsiasi					
include ultimo			27		
include 9°					
include 5° e 10°					
include 17°					
include 14° e 16°					

Problema 5 (4 punti):

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

16	9	11	6	10	26	33	57	9	30	58	13	36	24	51	53	14	12	6	30	55	18	35	47	16
----	---	----	---	----	----	----	----	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	----	----	----	----	----

- 5.1(1pt)** trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 5.2(1pt)** una sequenza è detta una Z-sequenza, o sequenza crescente con un possibile ripensamento, se esiste un indice i tale che ciascuno degli elementi della sequenza esclusi al più il primo e l' i -esimo sono strettamente maggiori dell'elemento che immediatamente li precede nella sequenza. Trovare la più lunga Z-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 5.3(1pt)** trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 14. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 5.4(1pt)** una sequenza è detta una V-sequenza se su una prima parte è calante e poi sempre crescente. Trovare la più lunga V-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
Z-sequenza		
crescente con 14		
V-sequenza		

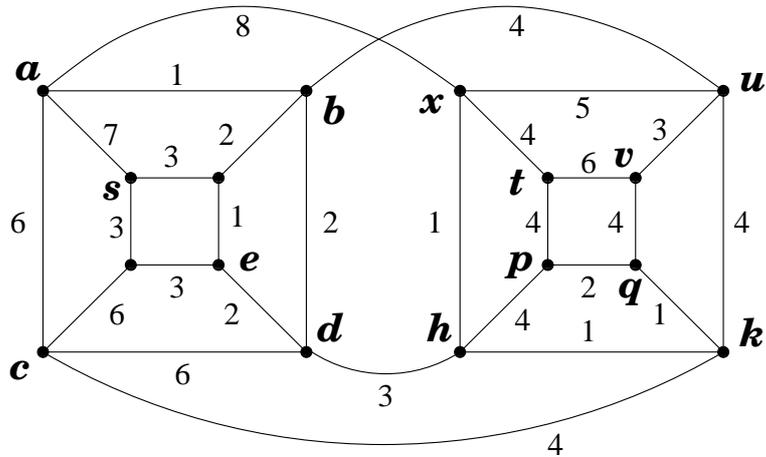
Problema 6 (6 punti):

- 6.1(1pt)** Costruire un problema di PL che sia illimitato.
- 6.2(1pt)** Costruire un problema di PL che abbia infinite soluzioni ottime.
- 6.3(1pt)** Costruire un problema di PL il cui duale abbia infinite soluzioni ottime.
- 6.4(1pt)** Costruire un problema di PL che abbia precisamente 2 soluzioni ottime di base.
- 6.5(1pt)** Costruire un problema di PL che abbia precisamente 3 soluzioni ottime di base.
- 6.6(1pt)** Costruire un problema di PL in cui l'unica soluzione ottima sia degenere.

Problema 7 (15 punti):

Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.

- 7.1.(2pt)** Trovare un albero ricoprente di peso minimo.



- 7.2.(2pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 7.3.(3pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 7.4.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .
- 7.5.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è bipartito oppure no.
- 7.6.(2pt) Se il grafo è bipartito, aggiungere un arco in modo che esso cessi di essere bipartito. In caso contrario, dire quale è il minimo numero di archi la cui rimozione rende il grafo bipartito. (Fornendo non solo certificato di bipartizione per il grafo ottenuto ma anche argomentando che la rimozione di un numero minore di archi non può bastare).
- 7.7.(2pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no.
- 7.8.(1pt) Se il grafo è planare, aggiungere un arco in modo che esso cessi di essere planare. In caso contrario, dire quale è il minimo numero di archi la cui rimozione rende il grafo planare. (Fornendo certificato di planarità per il grafo ottenuto ed argomentando che la rimozione di un numero minore di archi non può bastare).