

NOME: .....

COGNOME: .....

MATRICOLA: .....

FIRMA: .....

## Esame di Ricerca Operativa - 4 settembre 2008 Facoltà di Ingegneria - Udine

**Problema 1 (7 punti):**

$$\begin{cases} \max 11x_1 - 5x_2 - 3x_3 \\ 10x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ 10x_1 - 5x_2 + x_3 \leq -10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

**6.1(2pt)** Impostare il problema ausiliario.

**6.2(2pt)** Risolvere il problema ausiliario per ottenere una soluzione ammissibile di base al problema originario.

**6.3(2pt)** Risolvere il problema originario all'ottimo.

**6.4(1pt)** Quanto si sarebbe disposti a pagare per ogni unità di incremento per l'availability nei due vincoli? (Per piccole variazioni.)

**Problema 2 (4 punti):**

Sia  $B = 36$  la capacità del mio zaino. Si supponga di voler trasportare un sottoinsieme dei seguenti elementi a massima somma dei valori, soggetti al vincolo che la somma dei pesi non ecceda  $B$ .

nome	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
peso	13	4	22	52	27	22	29	23	9	47	48	20	5	15	17	24	13	5	17
valore	26	10	42	60	40	42	32	40	22	99	64	20	8	24	40	44	24	12	32

**2.1(1pt)** quanto vale la somma massima dei valori di elementi trasportabili (con somma dei pesi al più  $B = 36$ )? Quali elementi devo prendere?

**2.2 (1pt)** e nel caso  $B = 26$ ?

**2.3 (1pt)** e nel caso  $B = 33$ ?

**2.4 (1pt)** e nel caso  $B = 22$ ?

B	max val	peso	quali prendere
36			
26			
33			
22			

**Problema 3 (4 punti):**

Nel seguente array di interi, trovare un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia massima.

5	-1	4	-5	7	-18	31	-20	23	-31	16	-32	5	-15	30	-22	6	-8	21	-25	13	-51	21	-13	24	-19	25
---	----	---	----	---	-----	----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	----	-----	---	----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----

**3.1(1pt)** quale è il massimo valore di somma di un sottointervallo? Quale sottointervallo devo prendere?

**3.2 (1pt)** e nel caso sia richiesto di partire dal primo elemento?

**3.3 (1pt)** e nel caso sia richiesto di includere il 18-esimo elemento?

**3.4 (1pt)** e nel caso sia richiesto di includere sia il 14-esimo che il 16-esimo elemento?

tipo intervallo	max sum	parte da pos.	arriva a pos.	parte da val.	arriva a val.
qualsiasi					
include primo					
include 18-esimo					
include 14-esimo e 16-esimo					

**Problema 4 (4 punti):**

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

15	23	25	30	22	33	44	50	21	41	67	26	47	35	60	62	24	27	19	42	61	29	45	54	28
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

**4.1(1pt)** trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

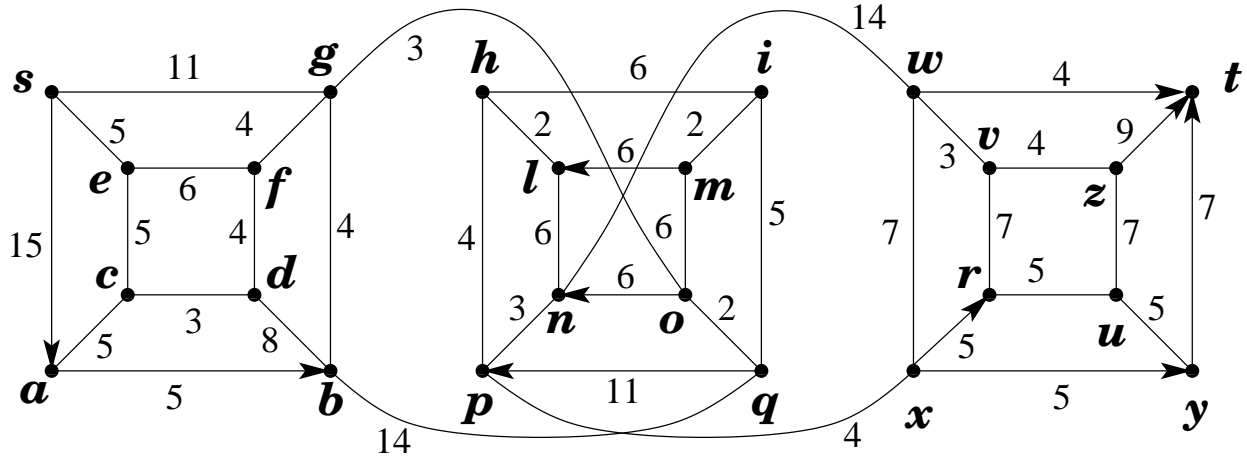
**4.2(2pt)** una sequenza è detta una N-sequenza, o sequenza crescente con un possibile ripensamento, se esiste un indice  $i$  tale che ciascuno degli elementi della sequenza esclusi al più il primo e l' $i$ -esimo sono strettamente maggiori dell'elemento che immediatamente li precede nella sequenza. Trovare la più lunga N-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

**4.3(1pt)** trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 21. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
N-sequenza		
crescente con 21		

**Problema 5 (17 punti):**

Si consideri il grafo  $G$ , con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(2pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no.
- 5.2.(2pt) Dire quale sia il minimo numero di archi la cui rimozione renda il grafo bipartito fornendo i certificati del caso.
- 5.3.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.4.(2pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.5.(2pt) Trovare un albero dei cammini minimi da  $s$  e determinare le distanze di tutti i nodi da  $s$ .
- 5.6.(2pt) Trovare tutti gli alberi dei cammini minimi da  $s$ . (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.7.(3pt) Trovare un massimo flusso dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .
- 5.8.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .

**Problema 6 (4+1 punti):**

La PhotoMegaLux, azienda leader nella produzione di materiali ad uso fotografico, sta studiando i tempi di reazione di un nuovo acido per lo sviluppo di fotografie professionali. Sperimentalmente sono stati calcolati i tempi di sviluppo di una fotografia in base alla quantità di acido impiegato. In tabella sono riportati i tempi di sviluppo  $t$  in funzione delle quantità  $q$  di acido, per come rilevati empiricamente su 5 campioni di un provino.

campione	1	2	3	4	5
litri	0.3	0.5	0.6	0.7	0.9
secondi	30	15	4.5	3.5	2.6

La colonna  $(i + 1)$ -esima della tabella ( $1 \leq i \leq 5$ ) dice che sul campione  $i$ , dove sono stati utilizzati  $q_i$  litri di acido, la reazione ha avuto luogo in  $t_i$  secondi.

Sulla base dei dati sperimentali si vuole trovare una legge del tipo  $t = Aq^2 + Bq + C$  che approssimi il più possibile l'andamento del tempo di reazione dell'acido. In particolare, si vorrebbe determinare una coppia di valori per i coefficienti  $a$  e  $b$  in modo che lo scostamento massimo  $\max_{i=1}^5 |t_i - Aq_i^2 - Bq_i - C|$  sia il più contenuto possibile.

Fornire un modello di programmazione lineare per tale problema. Meglio se il modello viene fornito in forma astratta in modo da riferirsi ad un numero  $n$  arbitrario di campioni le cui misure possano essere prese in input da un database che raccolga i dati (una sequenza di  $n$  coppie  $(q_i, t_i)$ ) raccolti in un ipotetico esperimento.

**LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:****PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi: (1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

**PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti**

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.

**COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame**

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.