

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 3 aprile 2008 Facoltà di Ingegneria - Udine

Problema 1 (4 punti):

L'impresa Zap produce televisori e aspirapolvere. Le previsioni di vendita per il 2003 sono riportate in tabella. In ogni quadrimestre l'impresa ha a disposizione 5250 ore di lavoro, e tutte le previsioni di vendita relative ad un certo quadrimestre vanno evase entro il termine del quadrimestre.

	Quadrimestre 1	Quadrimestre 2	Quadrimestre 3
televisori	1500	1000	1000
aspirapolvere	1000	3000	3000

Un televisore richiede 2 ore di lavorazione, mentre un aspirapolvere richiede 3 ore. A causa di lavori di ristrutturazione, i televisori non possono essere prodotti durante l'ultimo quadrimestre. Inoltre, la politica aziendale esige che alla fine di ogni quadrimestre siano presenti almeno 100 pezzi di ogni prodotto in magazzino. All'inizio del 2003, sono presenti in magazzino 85 televisori e 120 aspirapolvere. I costi di magazzino ammontano a 50 euro per ogni pezzo che rimane in magazzino alla fine del primo quadrimestre, 70 euro alla fine del secondo e 30 euro alla fine del terzo. L'impresa è disposta a produrre anche in anticipo, pur di soddisfare le richieste del mercato, ma vuole minimizzare i costi di immagazzinamento. Formulare il problema di pianificare la produzione nei tre quadrimestri come problema di PL.

Problema 2 (4 punti):

Sia $B = 30$ la capacità del mio zaino. Si supponga di voler trasportare un sottoinsieme dei seguenti elementi a massima somma dei valori, soggetti al vincolo che la somma dei pesi non ecceda B .

nome	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
peso	47	27	28	48	13	5	17	4	52	22	5	24	22	17	9	13	23	15	20
valore	71	20	15	32	12	6	16	5	30	21	4	22	21	20	11	13	20	12	10

2.1(1pt) quanto vale la somma massima dei valori di elementi trasportabili (con somma dei pesi al più $B = 30$)? Quali elementi devo prendere?

2.2 (1pt) e nel caso $B = 25$?

2.3 (1pt) e nel caso $B = 29$?

2.4 (1pt) e nel caso $B = 21$?

Problema 3 (4 punti):

Nel seguente array di interi, trovare un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia massima.

3	-4	4	-4	21	-13	24	-31	16	-32	4	-15	39	-22	6	-8	21	-34	11	-55	27	-8	44	-20	23	-39	25
---	----	---	----	----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	----	-----	---	----	----	-----	----	-----	----	----	----	-----	----	-----	----

3.1(1pt) quale è il massimo valore di somma di un sottointervallo? Quale sottointervallo devo prendere?

3.2 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere il primo elemento?

3.3 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere il 15-esimo elemento?

3.4 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere il 25-esimo elemento?

Problema 4 (4 punti):

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

25	16	20	13	18	33	40	64	17	37	65	21	44	31	56	58	22	19	15	37	60	26	41	51	23
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

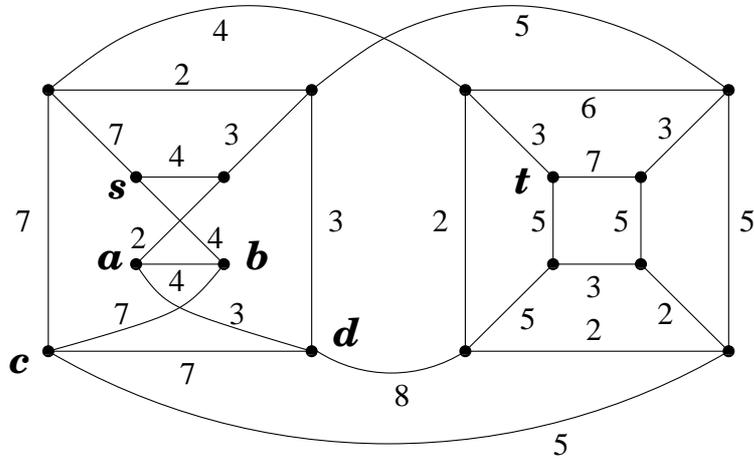
4.1(1pt) trovare una sottosequenza decrescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.2(2pt) una sequenza è detta una N-sequenza, o sequenza decrescente con un possibile ripensamento, se esiste un indice i tale che ciascuno degli elementi della sequenza esclusi al più il primo e l' i -esimo sono strettamente minori dell'elemento che immediatamente li precede nella sequenza. Trovare la più lunga N-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.3(1pt) trovare la più lunga sottosequenza decrescente che includa l'elemento di valore 22. Specificare quanto è lunga e fornirla.

Problema 5 (11 punti):

Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.2.(2pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.3.(3pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 5.4.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .
- 5.5.(2pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no.

Problema 6 (7 punti):

$$\begin{cases} \max & -3x_1 - 3x_2 - 9x_3 \\ & \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 8 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 \leq -10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

- 6.1(2pt) Impostare il problema ausiliario.
- 6.2(2pt) Risolvere il problema ausiliario per ottenere una soluzione ammissibile di base al problema originario.
- 6.3(2pt) Risolvere il problema originario all'ottimo.
- 6.4(1pt) Quanto si sarebbe disposti a pagare per ogni unità di incremento per l'availability del secondo vincolo? (Per piccole variazioni.)

Problema 7 (1 punto): Porre il seguente problema di PL in forma standard.

$$\begin{array}{l} \max 5x_1 + 7x_2 - 2x_3 \\ \left\{ \begin{array}{l} 4x_1 + 5x_2 - 1x_3 \geq 4 \\ 7x_1 - 6x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 9x_2 + 3x_3 \leq 11 \\ 2x_1 + 8x_2 + x_3 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_3 \leq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi:
(1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.