

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 20 settembre 2007 Facoltà di Ingegneria - Udine

Problema 1 (4 punti):

Un'azienda pubblicitaria deve svolgere un'indagine di mercato per lanciare un nuovo prodotto. L'indagine deve essere svolta telefonicamente, contattando un campione significativo di persone così composto:

tipo persone	donne sposate	donne non sposate	uomini sposati	uomini non sposati
numero	≥ 1500	≥ 1200	≥ 1300	≥ 1000

Le telefonate possono avvenire al mattino (con costo operativo per l'azienda di 1 euro/tel.) e alla sera (con costo operativo per l'azienda di 1,60 euro/tel.). Le percentuali di persone mediamente raggiunte sono le seguenti.

chi risponde	mattino	sera
donne sposate	30%	30%
donne non sposate	10%	20%
uomini sposati	10%	30%
uomini non sposati	10%	15%
nessuno	40%	5%

Si vede che le telefonate serali sono più costose ma permettono di raggiungere un maggior numero di persone: solo il 5% delle telefonate è a vuoto. Si vuole minimizzare il costo complessivo delle telefonate da effettuare (mattina/sera) in modo da raggiungere un campione significativo di persone.

Problema 2 (4 punti):

Sia $B = 30$. Trovare un sottoinsieme dei seguenti elementi la cui somma, soggetta al vincolo di non eccedere B , sia massima

7, 21, 52, 12, 16, 21, 16, 21, 4, 27, 54, 6, 27, 28, 48, 6, 9, 21, 52

2.1(1pt) quale è il valore della somma massima? Quali elementi devo prendere?

2.2 (1pt) e nel caso $B = 24$?

2.3 (1pt) e nel caso $B = 26$?

2.4 (1pt) e nel caso $B = 21$?

Problema 3 (4 punti):

Nel seguente array di interi, trovare un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia **massima**.

-3	13	-41	31	-16	12	-27	5	-9	12	-48	46	-21	34	-11	55	-27	8	-54	30	-23	9	-5	10	-8	15	-1
----	----	-----	----	-----	----	-----	---	----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	----	-----	---	----	----	----	----	----

3.1(1pt) quale è il massimo valore di somma di un sottointervallo? Quale sottointervallo devo prendere?

3.2 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere il 19-esimo elemento?

3.3 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere l'ultimo elemento?

3.4 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere il quarto elemento?

Problema 4 (4 punti):

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

34	27	29	24	28	42	49	73	27	46	74	30	53	40	65	67	31	28	24	46	69	35	50	60	32
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

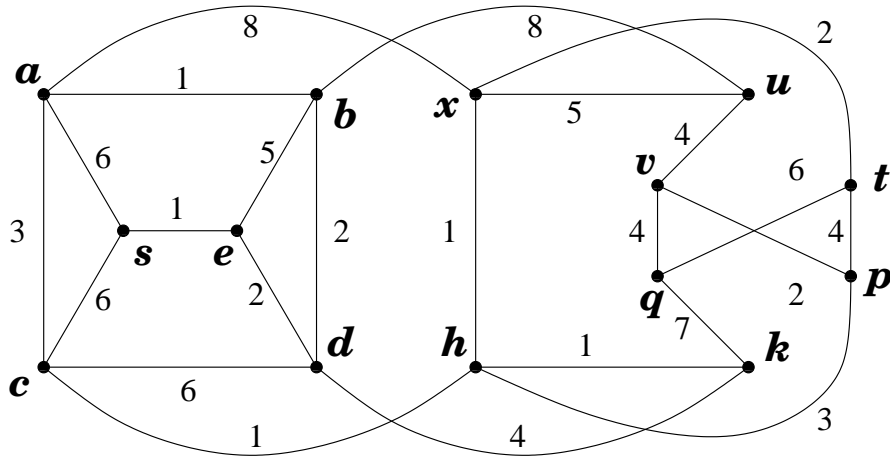
4.1(1pt) trovare una sottosequenza decrescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.2(2pt) una sequenza è detta una N-sequenza, o sequenza decrescente con un possibile ripensamento, se esiste un indice i tale che ciascuno degli elementi della sequenza esclusi al più il primo e l' i -esimo sono strettamente minori dell'elemento che immediatamente li precede nella sequenza. Trovare la più lunga N-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.3(1pt) trovare la più lunga sottosequenza decrescente che includa l'elemento di valore 30. Specificare quanto è lunga e fornirla.

Problema 5 (14 punti):

Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(2pt) Trovare un albero dei cammini minimi dal nodo s a tutti gli altri nodi.
- 5.2.(2pt) Indicare quali archi non siano contenuti in alcun albero dei cammini minimi dal nodo s agli altri nodi.
- 5.3.(2pt) Indicare quali archi siano contenuti in tutti gli alberi di cammini minimi dal nodo s agli altri nodi.
- 5.4.(2pt) Trovare tutti gli alberi di cammini minimi dal nodo s agli altri nodi. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.5.(2pt) Il grafo rappresentato in figura è planare? Fornisci un certificato per la tua risposta.
- 5.6.(1pt) Il grafo rappresentato in figura è bipartito? Fornisci un certificato per la tua risposta.
- 5.7.(1pt) Quale è il numero minimo di nodi la cui rimozione rende il grafo bipartito? Certifica la tua risposta.
- 5.8.(2pt) Quale è il numero minimo di archi la cui rimozione rende il grafo planare? Certifica la tua risposta.

Problema 6 (6 punti): Si consideri il seguente problema di PL.

$$\begin{cases} \max & 3x_1 + 5x_2 - 7x_3 + 17x_4 \\ & 3x_1 & \leq & 19 \\ & & 11x_2 & \leq & 23 \\ & & & 13x_3 & \leq & 27 \\ & & & & x_4 & \leq & 51 \\ & & & & x_4 & \leq & 49 \\ & & 11x_2 & \leq & 25 \\ & & 22x_2 & \leq & 46 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 & \geq & 0 \end{cases}$$

- 6.1(1pt) Fornire la soluzione ottima $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4)$.
- 6.2(1pt) Se la funzione obiettivo è il profitto di un'attività, quanto saremmo disposti a pagare per incrementare di un'unità il termine noto di ciascuno dei 7 vincoli presi separatamente? E fino a dove saremmo disposti a pagare tale prezzo per incrementare le disponibilità delle risorse? Vi è un limite a tali incrementi o il prezzo ombra rimane equo fino a $+\infty$? (Se vi è un limite, specificare quale).
- 6.3(1pt) Di quanto dovremmo alterare il primo coefficiente della funzione obiettivo affinché la soluzione non sia più ottima? Di quanto il secondo?
- 6.4(1pt) Secondo te il problema duale ha una soluzione ammissibile che sia gemella di $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4)$ nel senso che soddisfi con essa le condizioni agli scarti complementari? Argomentare il perchè.
- 6.5(1pt) È quantomeno possibile concludere che, nel caso essa esista, allora tale soluzione duale è unica? O ve ne possono essere un numero finito, od infinito? Argomentare il perchè.
- 6.6(1pt) Rimuovere un vincolo in modo che la soluzione ottima $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4)$ individuata al primo punto resti ottima, ma nel contempo le condizioni agli scarti complementari individuino univocamente l'unica soluzione duale gemella.

LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi:
(1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.