

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 18 aprile 2007 Facoltà di Ingegneria - Udine

Problema 1 (4 punti):

Una raffineria miscela 4 tipi di petrolio greggio in diverse proporzioni per ottenere 3 diversi tipi di benzina: normale, super, e senza piombo. La massima quantità disponibile di ciascun componente greggio e il corrispondente costo di acquisto sono riportati in tabella.

Componente	Disponibilità max (barili)	Costo (euro/barile)
1	5000	9
2	2400	7
3	4000	12
4	1500	6

Per poter soddisfare le specifiche qualitative dei diversi tipi di benzina è necessario rispettare dei limiti sulla percentuale di ciascun componente impiegato. Tali limiti sono espressi assieme ai prezzi di vendita delle benzine nella seguente tabella.

Benzina	Specifiche qualitative	Prezzo (euro/barile)
Normale	almeno il 40% di 2 e al massimo il 50% di 2	12
Super	almeno il 40% di 3	18
SenzaPb	al massimo il 50% di 2	10

Si vuole determinare il mix ottimale dei quattro componenti che massimizzi il guadagno totale derivante dalla vendita delle benzine. Si formuli il problema mediante un modello di programmazione lineare.

Problema 2 (4 punti):

Sia $B = 30$. Trovare un sottoinsieme dei seguenti elementi la cui somma, soggetta al vincolo di non eccedere B , sia massima

54, 27, 28, 48, 13, 5, 17, 4, 52, 22, 5, 24, 22, 17, 9, 13, 23

2.1(1pt) quale è il valore della somma massima? Quali elementi devo prendere?

2.2 (1pt) e nel caso $B = 25$?

2.3 (1pt) e nel caso $B = 29$?

2.4 (1pt) e nel caso $B = 20$?

B	max sum	quali prendere
30		
25		
29		
20		

Problema 3 (4 punti):

Nel seguente array di interi, trovare un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia massima.

21	-13	24	-31	16	-32	4	-15	39	-22	6	-8	21	-34	11	-55	27	-8	44	-20	23	-39	25	-10	8	-15	1
----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	----	-----	---	----	----	-----	----	-----	----	----	----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	---

3.1(1pt) quale è il massimo valore di somma di un sottointervallo? Quale sottointervallo devo prendere?

3.2 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere il primo elemento?

3.3 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere il 11-esimo elemento?

3.4 (1pt) e nel caso sia richiesto di includere il 21-esimo elemento?

tipo intervallo	max sum	parte da	arriva a
qualsiasi			
include primo			
include 11-esimo			
include 21-esimo			

Problema 4 (4 punti):

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

25	18	20	15	19	33	40	64	18	37	65	21	44	31	56	58	22	19	15	37	60	26	41	51	23
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

4.1(1pt) trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.2(1pt) trovare una sottosequenza decrescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

4.3(2pt) Una sequenza è detta una V-sequenza se cala fino ad un certo punto, e da lì in poi cresce sempre. Una A-sequenza fa l'esatto contrario, ossia prima cresce e poi cala (diviene una V-sequenza se si inverte il segno di tutti i valori). Trovare la più lunga A-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

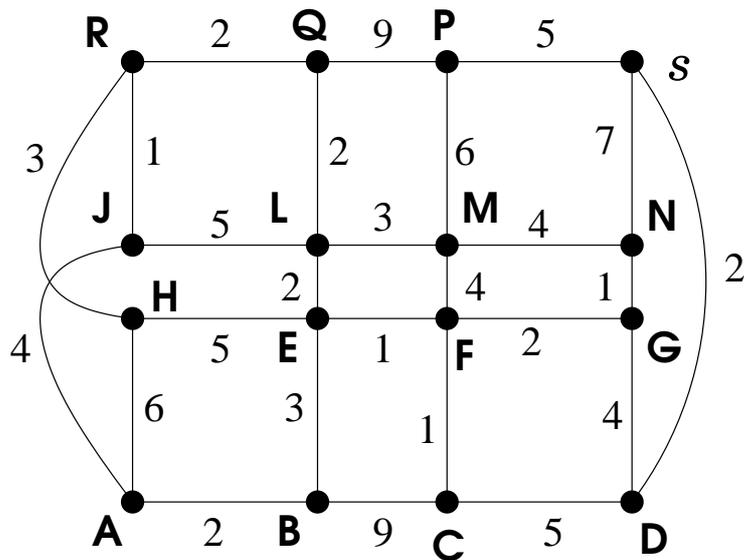
tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
decrescente		
A-sequenza		

Problema 5 (9 punti):

Si consideri il grafo in figura.

Con riferimento al grafo in figura, si affrontino i seguenti gruppi di esercizi.

GRUPPO 5.1 (5 PUNTI):



5.1.1(2pt) Trovare l'albero dei cammini minimi da s .

5.1.2(1pt) Indicare quali archi non siano contenuti in alcun albero dei cammini minimi da s .

5.1.3(1pt) Indicare quali archi siano contenuti in ogni albero dei cammini minimi da s .

5.1.4(1pt) Trovare tutti gli alberi dei cammini minimi da s . (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).

GRUPPO 5.2 (4 PUNTI):

5.2.1(1pt) Il grafo in figura ammette un ciclo Euleriano? Perché? E quale è il minimo numero di archi la cui aggiunta mi consente di ottenere un ciclo Euleriano? Ammette un cammino Euleriano?

5.2.2(1pt) Il grafo in figura ammette un cammino Hamiltoniano? Fornire certificato.

5.2.3(1pt) Il grafo in figura è bipartito? Fornire certificato.

5.2.4(1pt) Il grafo in figura è planare? Fornire certificato.

Problema 6 (7 punti):

$$\begin{cases} \max & -x_1 - 3x_2 - x_3 \\ & 2x_1 - 5x_2 + x_3 \leq -5 \\ & 2x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

6.1(2pt) Impostare il problema ausiliario.

6.2(2pt) Risolvere il problema ausiliario per ottenere una soluzione ammissibile di base al problema originario.

6.3(2pt) Risolvere il problema originario all'ottimo.

6.4(1pt) Quanto si sarebbe disposti a pagare per ogni unità di incremento per l'availability del secondo vincolo? (Per piccole variazioni.)

Problema 7 (2 punti): Si consideri il seguente problema di PL.

$$\begin{array}{l} \max \quad 3x_1 - 7x_2 + 2x_3 \\ \left\{ \begin{array}{l} 4x_1 + 5x_2 - 1x_3 \geq 4 \\ 6x_1 - 6x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 8x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_3 \leq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

7.1(1pt) Scrivere il problema duale.

7.2(1pt) Porre il problema primale in forma standard.

LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi: (1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.