

NOME: .....

COGNOME: .....

MATRICOLA: .....

FIRMA: .....

## Esame di Ricerca Operativa - 6 dicembre 2006 Facoltà di Ingegneria - Udine

### Problema 1 (5 punti):

$$\begin{array}{l} \max 13x_1 + 17x_2 \\ \left\{ \begin{array}{l} x_1 \leq 2 \\ x_2 \leq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

1.1(1pt) Risolvere per via grafica.

1.2(2pt) Se la funzione obiettivo è il profitto di un'attività, quanto saremmo disposti a pagare per incrementare di un'unità il termine noto del primo vincolo? E per il secondo vincolo? E fino a dove saremmo disposti a pagare tale prezzo per incrementare le disponibilità delle due risorse?

1.3(2pt) Di quanto dovremmo alterare il primo coefficiente della funzione obiettivo affinché la soluzione non sia più ottima? Vi è un limite a tali incrementi o il prezzo ombra rimane equo fino a  $+\infty$ ? (Se vi è un limite, specificare quale).

### Problema 2 (9 punti):

$$\begin{array}{l} \max 4x_1 + 3x_2 + x_3 \\ \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 4x_3 \leq 1 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 \leq 3 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

2.1(3pt) Risolvere con il metodo del simplesso.

2.2(3pt) Se la funzione obiettivo è il profitto di un'attività, quanto saremmo disposti a pagare per incrementare di un'unità il termine noto del primo vincolo? E per il secondo vincolo?

2.3(3pt) E fino a dove saremmo disposti a pagare tale prezzo per il primo vincolo?

**Problema 3 (4 punti):** Si consideri il seguente problema di PL.

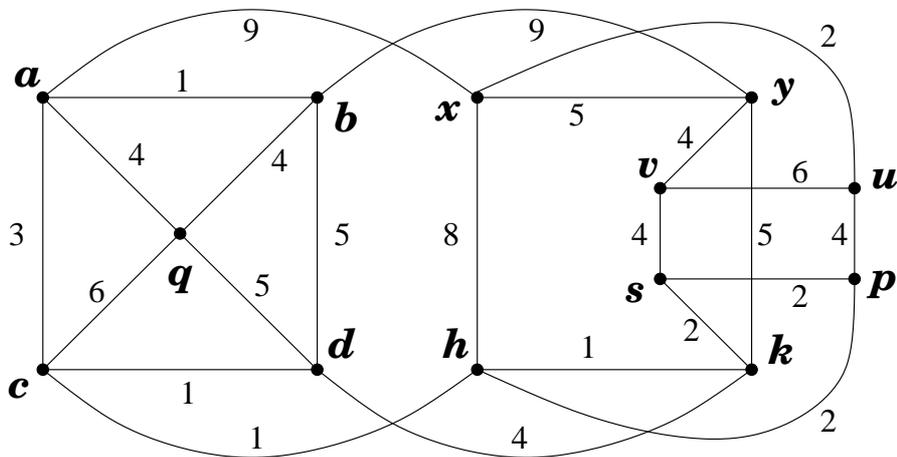
$$\begin{aligned} & \max 13x_1 - 3x_2 + 7x_3 \\ & \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 2x_3 \geq 19 \\ x_1 - 4x_2 + 7x_3 = 13 \\ x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 17 \\ x_1 \leq 0 \leq x_2 \end{cases} \end{aligned}$$

3.1(2pt) Scrivere il problema duale.

3.2(2pt) Porre il problema primale in forma standard.

**Problema 4 (13 punti):**

Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



4.1.(2pt) Trovare un albero dei cammini minimi a partire dal nodo  $s$ . Disegnarlo.

4.2.(3pt) Indicare quali archi non possano essere rimossi senza allungare almeno un cammino da  $s$  ad un qualche altro nodo. Disegnare tali archi ed esprimere a quanto ammonta il loro peso complessivo. Quanti sono gli alberi dei cammini minimi dal nodo  $s$ ?

4.3.(3pt) Il grafo rappresentato in figura è planare? Fornisci un certificato per la tua risposta.

4.4.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo. Disegnarlo.

4.5.(3pt) Indicare quali archi siano contenuti in ogni soluzione ottima, ossia quali archi non possano essere rimossi senza peggiorare la qualità della soluzione ottima. Disegnare tali archi ed esprimere a quanto ammonta il loro peso complessivo.