

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 28 settembre 2006 Facoltà di Ingegneria - Udine

Problema 1 (5 punti):

$$\max 7x_1 + 7x_2$$

$$\begin{cases} x_1 & \leq 3 \\ x_2 & \leq 1 \\ x_1, x_2 & \geq 0 \end{cases}$$

1.1(1pt) Risolvere per via grafica.

1.2(2pt) Se la funzione obiettivo è il profitto di un'attività, quanto saremmo disposti a pagare per incrementare di un'unità il termine noto del primo vincolo? E per il secondo vincolo? E fino a dove saremmo disposti a pagare tale prezzo per incrementare le disponibilità delle due risorse?

2.3(2pt) Di quanto dovremmo alterare il primo coefficiente della funzione obiettivo affinché la soluzione non sia più ottima? Vi è un limite a tali incrementi o il prezzo ombra rimane equo fino a $+\infty$? (Se vi è un limite, specificare quale). Vi è un limite ai decrementi o il prezzo ombra rimane equo fino a $-\infty$? (Se vi è un limite, specificare quale).

Problema 2 (10 punti): Si consideri la soluzione $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9) = (16/3, 4, 1, 4, 10, 6, 0, 0, 0)$ del seguente problema.

$$\max 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 3x_5 + 3x_6 + x_7 + x_8 + x_9$$

$$\begin{cases} x_1 & & & +x_4 & & & +x_7 & & & \leq 16 \\ & x_2 & & & +x_5 & & & +x_8 & & \leq 24 \\ & & x_3 & & & +x_6 & & & +x_9 & \leq 12 \\ 3x_1 & & & +2x_4 & & & +x_7 & & & \leq 24 \\ & 3x_2 & & & +2x_5 & & & +x_8 & & \leq 32 \\ & & 3x_3 & & & +2x_6 & & & +x_9 & \leq 15 \\ x_1 & +x_2 & +x_3 & & & & & & & \leq 24 \\ & & & x_4 & +x_5 & +x_6 & & & & \leq 20 \\ 3x_1 & -2x_2 & & +3x_4 & -2x_5 & & +3x_7 & -2x_8 & +x_9 & \leq 13 \\ 3x_1 & & -4x_3 & +3x_4 & & -4x_6 & +3x_7 & & -4x_9 & = 0 \\ x_i & \geq 0 & \text{per ogni } i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 & & & & & & & \end{cases}$$

Verificare esplicitamente che la soluzione proposta è ammissibile. Utilizzare gli scarti complementari per verificarne o confutarne l'ottimalità. La soluzione assegnata è ottima? Indica con chiarezza tutte le verifiche che sei stato chiamato a compiere.

Problema 3 (4 punti): Si consideri il seguente problema di PL.

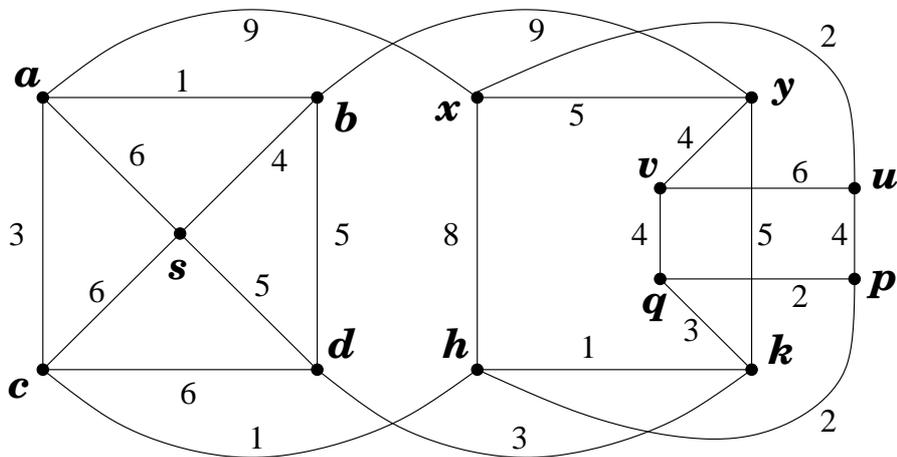
$$\begin{cases} \max 5x_1 - 7x_2 + 2x_3 \\ 7x_1 - 4x_2 + 1x_3 = 13 \\ 7x_1 + 5x_2 - 2x_3 \geq 3 \\ 7x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 17 \\ x_1 \geq 0, x_3 \leq 0 \end{cases}$$

3.1(2pt) Scrivere il problema duale.

3.2(2pt) Porre il problema primale in forma standard.

Problema 4 (16 punti):

Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



4.1.(2pt) Trovare un albero dei cammini minimi a partire dal nodo s . Disegnarlo.

4.2.(3pt) Indicare quali archi non possano essere rimossi senza allungare almeno un cammino da s ad un qualche altro nodo. Disegnare tali archi ed esprimere a quanto ammonta il loro peso complessivo. Quanti sono gli alberi dei cammini minimi dal nodo s ?

4.3.(3pt) Il grafo rappresentato in figura è planare? Fornisci un certificato per la tua risposta.

4.4.(2pt) Il grafo rappresentato in figura è bipartito? Fornisci un certificato per la tua risposta.

4.5.(3pt) Quale è il numero minimo di nodi la cui rimozione rende il grafo bipartito? Certifica la tua risposta.

4.6.(3pt) Quale è il numero minimo di archi la cui rimozione rende il grafo bipartito? Certifica la tua risposta.