

NOME: .....

COGNOME: .....

MATRICOLA: .....

FIRMA: .....

## Esame di Ricerca Operativa - 31 agosto 2006 Facoltà di Ingegneria - Udine

**Problema 1 (5 punti):** Si consideri il seguente problema di PL.

$$\begin{array}{l} \max \quad 3x_1 - 7x_2 + 2x_3 \\ \left\{ \begin{array}{l} 4x_1 + 5x_2 - 1x_3 \geq 4 \\ 6x_1 - 6x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 8x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_3 \leq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

- 1.1 Scrivere il problema duale.
- 1.2 Porre il problema primale in forma standard.

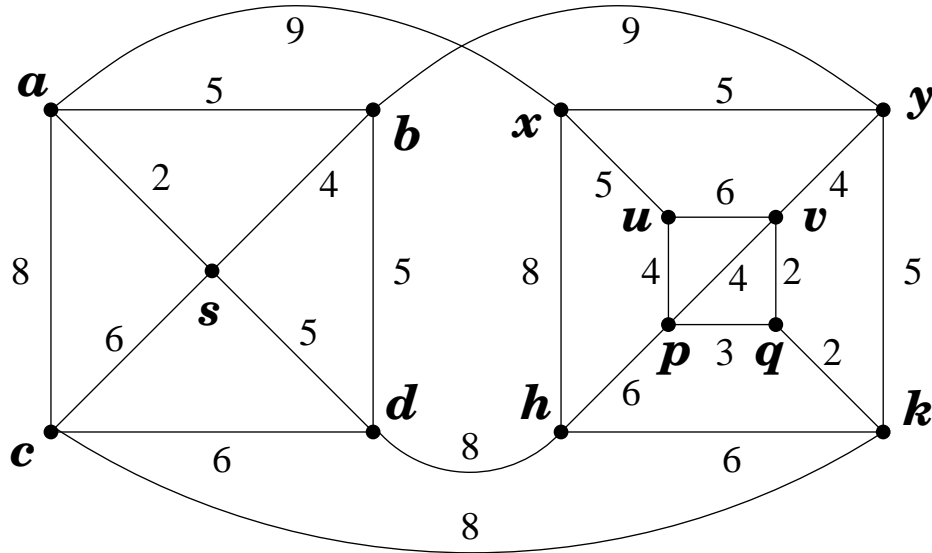
**Problema 2 (11 punti):**

$$\begin{array}{l} \max \quad 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 \\ \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 - x_3 \leq 3 \\ x_2 + 4x_3 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

- 2.1 Risolvere con il metodo del simplesso.
- 2.2 Se la funzione obiettivo è il profitto di un'attività, quanto saremmo disposti a pagare per incrementare di un'unità il termine noto del primo vincolo? E per il secondo vincolo? E fino a dove saremmo disposti a pagare tale prezzo per il primo vincolo? Fino a dove saremmo disposti a vendere la risorsa al suo prezzo ombra per il primo e secondo vincolo?
- 2.3 Di quanto dovremmo alterare il primo coefficiente della funzione obiettivo affinché la soluzione non sia più ottima?

**Problema 3 (11 punti):**

Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 3.1. Trovare un albero dei cammini minimi a partire dal nodo  $s$ . Disegnarlo.
- 3.2. Indicare quali archi non possano essere rimossi senza allungare almeno un cammino da  $s$  ad un qualche altro nodo. Disegnare tali archi ed esprimere a quanto ammonta il loro peso complessivo. Quanti sono gli alberi dei cammini minimi dal nodo  $s$ ?
- 3.3. Il grafo rappresentato in figura ammette un ciclo e/o cammino Euleriano? Fornisci un certificato per le tue risposte.
- 3.4. Il grafo rappresentato in figura è planare? Fornisci un certificato per la tua risposta.
- 3.5. Il grafo rappresentato in figura è bipartito? Fornisci un certificato per la tua risposta.

**Problema 4 (9 punti):** Si consideri la soluzione  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 3$ ,  $x_3 = 0$ ,  $x_4 = 1$  del seguente problema.

$$\begin{cases} \max & 3x_1 + 2x_2 + x_4 \\ & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_1 - x_3 \leq 2 \\ & x_2 + x_4 \leq 4 \\ & x_3 + x_4 \leq 2 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Verificare esplicitamente che la soluzione proposta è ammissibile. Utilizzare gli scarti complementari per verificarne o confutarne l'ottimalità. La soluzione assegnata è ottima? Indica con chiarezza tutte le verifiche che sei stato chiamato a compiere.