

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

FIRMA:

Esame di Ricerca Operativa - 3 febbraio 2011 Facoltà di Architettura - Udine

Problema 1 (2+1 punti):

Data una sequenza $val_1, val_2, \dots, val_n$ di valori reali, formulare come un problema di Programmazione Lineare Intera (PLI) la ricerca di una sottosequenza strettamente crescente costituita dal massimo possibile numero di elementi (ossia di massima cardinalità). Sapresti formulare come un problema di PLI anche la variante dove invece del numero di elementi presi si fosse interessati a massimizzarne la somma?

Problema 2 (4 punti):

La ditta Puzzon produce un olio mefitico parzialmente incombusto tra i suoi materiali di scarto. Questo olio viene riutilizzato da tre aziende alimentari: la BonSaori, la TutGrasCheCola, e la ParaZo. Esse richiedono giornalmente le seguenti quantità d'olio (in chili):

BonSaori	TutGrasCheCola	ParaZo
500	800	2900

La ditta Puzzon ha impianti distribuiti in tre diverse regioni e quindi due vasche di raccolta e sedimentazione dell'olio. Da queste due vasche V_1 e V_2 risulta ogni giorno possibile prelevare fino a 1200 e 3100 chili rispettivamente. Trasportare olio da una sorgente ad un'azienda comporta i seguenti costi espressi in (cents/chilo):

	BonSaori	TutGrasCheCola	ParaZo
V_1	10	15	20
V_2	8	14	7

Formulare come un problema di PL il problema di pianificare il trasporto dell'olio alle tre aziende alimentari minimizzando i costi complessivi di trasporto.

Problema 3 (4 punti):

Un robot R , inizialmente situato nella cella A-1, deve portarsi nella sua home H situata nella cella G-8.

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	R	•
B	.	•	.	.	•	•	.	.
C
D	.	.	•	.	.	.	•	.
E	•	.	.	.
F	•	.
G	•	.	.	H

I movimenti base possibili sono il passo verso destra (ad esempio dalla cella A-3 alla cella A-4) ed il passo verso in basso (ad esempio dalla cella A-3 alla cella B-3). Tuttavia il robot non può visitare le celle occupate da un pacman (•). Quanti sono i percorsi possibili?

2.1(1pt) Quanti sono i percorsi possibili se la partenza è in A-1?

2.2 (1pt) e se la partenza è in B-3?

2.2 (1pt) e se con partenza in A-1 il robot deve giungere in F-6?

2.4 (1pt) e se con partenza in A-1 ed arrivo in G-8 al robot viene richiesto di passare per la cella D-5?

consegna	numero percorsi
A-1 → G-8	
B-3 → G-8	
A-1 → F-6	
passaggio per D-5	

Problema 4 (4 punti):

Trovare la più lunga sottosequenza comune tra le stringhe $s = TTCTCACAAATGCTTCTA$ e $t = CTATCAGTCAACCTAT$. Fare lo stesso con alcuni suffissi di s e t .

3.1(1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e t ?

3.2 (1pt) e nel caso sia richiesto che la sottosequenza comune incominci con 'A'?

3.3 (1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra s e il suffisso $t_9 = TCAACCTAT$ di t ?

3.4 (1pt) quale è la più lunga sottosequenza comune tra t e il suffisso $s_8 = TGCTTCTA$ di s ?

tipo di sottosequenza comune	lunghezza	sottosequenza
qualsiasi		
parte con 'A'		
tra s e t_9		
tra s_8 e t		

Problema 5 (4 punti):

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

24	17	19	14	18	34	41	65	17	38	66	21	44	32	59	61	22	20	15	38	63	26	43	55	27
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

- 5.1(1pt)** trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 5.2(2pt)** una sequenza è detta una Z-sequenza, o sequenza crescente con un possibile ripensamento, se esiste un indice i tale che ciascuno degli elementi della sequenza esclusi al più il primo e l' i -esimo sono strettamente maggiori dell'elemento che immediatamente li precede nella sequenza. Trovare la più lunga Z-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 5.3(1pt)** trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 22. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
Z-sequenza		
crescente con 22		

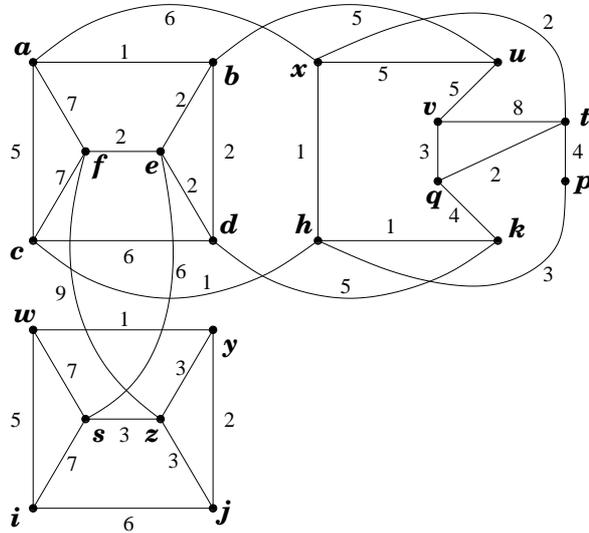
Problema 6 (8 punti):

$$\begin{cases} \max 30x_1 - 5x_2 - 3x_3 \\ -20x_1 + 5x_2 - 3x_3 \leq 15 \\ 10x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 12 \\ 10x_1 - 5x_2 + x_3 \leq -15 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

- 1.1(1pt)** Impostare il problema ausiliario.
- 1.2(2pt)** Risolvere il problema ausiliario per ottenere una soluzione ammissibile di base al problema originario.
- 1.3(2pt)** Risolvere il problema originario all'ottimo.
- 1.4(1pt)** Quanto si sarebbe disposti a pagare per ogni unità di incremento per l'availability nei tre vincoli? (Per piccole variazioni.)
- 1.5(2pt)** Fino a dove si sarebbe disposti a pagare tali prezzi ombra?

Problema 7 (14 punti):

Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no. In ogni caso, disegnare il grafo in modo da minimizzare il numero di incroci tra archi.
- 5.2.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo ottenuto da G sostituendo l'arco hx con un arco qx è planare oppure no.
- 5.3.(1+1pt) Trovare l'albero dei cammini minimi dal nodo s . Esprimere la famiglia di tali alberi.
- 5.4.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.5.(2pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.6.(2pt) Trovare un massimo flusso dal nodo s al nodo t .
- 5.7.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo s al nodo t .
- 5.8.(1+1pt) Fornire (con certificato di ottimalità) il flusso massimo dal nodo s al nodo q .