

NOME: .....

COGNOME: .....

MATRICOLA: .....

FIRMA: .....

## Esame di Ricerca Operativa - 10 giugno 2009 Facoltà di Architettura - Udine

### Problema 1 (5 punti):

La Coloraben mira ad affermarsi nella vendita di tinte e smalti. La disponibilità di vernici base in magazzino, per le vendite del prossimo mese, è la seguente: 550 kg di bianco, 150 kg giallo, 90 kg di rosso e 70 kg di verde. Ogni barattolo messo sul mercato contiene 500 grammi di una tinta ottenuta miscelando le quattro vernici base. La Coloraben propone quattro tipi di tinte, descritte di seguito:

prodotto	composizione	profitto (lire/scatola)
tinta 1	solo bianco	260
tinta 2	non più del 50% di bianco almeno il 10% di rosso almeno il 15% di giallo	400
tinta 3	solo giallo	510
tinta 4	almeno il 30% di giallo almeno il 20% di rosso almeno il 30% di verde	520

Quindi un barattolo di tinta 2 potrebbe ad esempio essere composto al 45% di bianco, 10% di rosso, 20% di giallo, e 25% di verde.

Supponendo che tutto quanto miscelato venga venduto, formulare come PL il problema di massimizzare il profitto della Coloraben.

### Problema 2 (4 punti):

Il padre di Jasmine le ha chiesto di trovare, nel seguente array di interi, un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia massima.

-4	6	-39	31	-16	12	-27	5	-9	12	-48	46	-21	34	-11	55	-27	8	-54	30	-23	9	-5	10	-10	17	-4
----	---	-----	----	-----	----	-----	---	----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	----	-----	---	----	----	-----	----	----

Jasmine ha allora compilato la seguente tabella di programmazione dinamica.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←	←
0	6			15	27	0	5	0		0	46	25	59				84	30	60	37	46	41	51			54
-4	6	-39	31	-16	12	-27	5	-9	12	-48	46	-21	34	-11	55	-27	8	-54	30	-23	9	-5	10	-10	17	-4
26	30			32		36	63	58			103	57	78	44				0	30	0	21	12		7	17	0
⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒	⇒

Ed ha quindi prodotto le seguenti risposte.

tipo intervallo	max sum	parte da	arriva a
qualsiasi			
include 19-esimo			
include ultimo			
include quarto			
include 6° e 10°			

Tuttavia il topino Aladino ha rosicchiato parti delle tabelle. Aiuta Jasmine a ricostruirle, senza dimenticare le risposte!

**Problema 3 (4 punti):**

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

1	14	8	2	4	21	28	48	5	26	49	9	32	19	12	46	10	7	3	25	11	6	29	39	44	13
---	----	---	---	---	----	----	----	---	----	----	---	----	----	----	----	----	---	---	----	----	---	----	----	----	----

- 4.1(1pt)** trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 4.2(1pt)** trovare una sottosequenza decrescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 4.3(1pt)** Una sequenza è detta una V-sequenza se cala fino ad un certo punto, e da lì in poi cresce sempre. Trovare la più lunga V-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.
- 4.4(1pt)** trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 7. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
decrescente		
V-sequenza		
crescente con 7		

**Problema 4 (4 punti):**

Il topino Aladino, dotato di uno zaino di capacità  $B = 36$ , ha compilato la Tabella di Programmazione Dinamica per il problema dello Zaino che puoi trovare di seguito.

## TABELLA DI PROGRAMMAZIONE DINAMICA PER IL PROBLEMA DELLO ZAINO

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36		
<i>F</i> (4, 10)	0	.	.	.	10	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
<i>I</i> (5, 8)	0	.	.	.	10	8	.	.	.	18	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
<i>T</i> (5, 12)	0	.	.	.	10	12	.	.	.	22	20	.	.	.	.	30	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
<i>O</i> (9, 22)	0	.	.	.	10	12	.	.	.	22	20	.	.	.	32	34	.	.	.	.	42	.	.	.	52	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	
<i>S</i> (13, 24)	0	.	.	.	.	.	.	.	.	22	20	.	.	.	32	34	.	.	.	.	42	.	.	46	52	.	.	56	.	.	.	.	.	.	.	.	.		
<i>A</i> (13, 26)	0	.	.	.	.	.	.	.	.	22	20	.	.	.	32	34	.	.	44	42	.	.	48	52	.	.	.	.	.	.	60	70	68	66	.	.	72		
<i>P</i> (15, 24)	0	.	.	.	.	.	.	.	.	22	20	.	.	.	32	34	24	.	44	42	36	.	.	.	46	44	58	60	56	.	60	70	68	68	66	72	.		
<i>Q</i> (17, 40)	0	.	.	.	.	.	.	.	.	22	20	.	.	.	32	34	24	.	44	42	36	50	.	.	46	44	.	60	56	58	72	74	68	68	76	84	.		
<i>B</i> (22, 42)	0	.	.	.	.	.	.	.	.	22	20	.	.	.	32	34	24	40	44	42	36	50	52	.	46	44	62	60	56	58	72	74	68	68	76	84	.		
<i>R</i> (24, 44)	0	.	.	.	.	.	.	.	.	22	20	.	.	.	32	34	24	40	44	42	36	50	52	52	46	44	62	60	56	58	72	74	68	68	76	84	.		

(come stilata in riferimento ai seguenti oggetti)

nome	F	I	T	O	S	A	P	Q	B	R
peso	4	5	5	9	13	13	15	17	22	24
valore	10	8	12	22	24	26	24	40	42	44

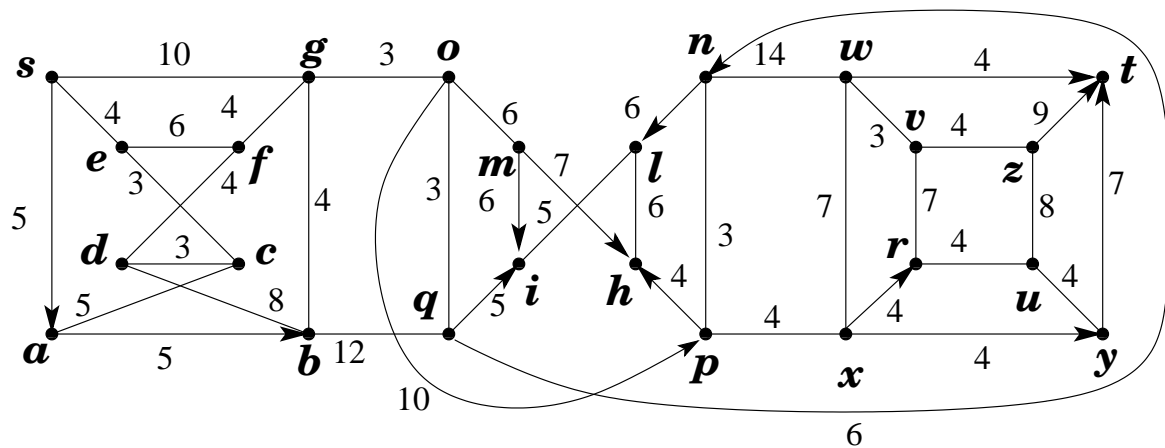
Sulla base di tale tabella, Aladino ha fornito le seguenti risposte.

B	max val	peso	quali prendere
36			
26			
33			
22			

Tuttavia il topino ha erroneamente rosicchiato via alcune parti delle tabelle. Aiutalo a ricostruirle, senza dimenticare le risposte!

**Problema 5 (15 punti):**

Si consideri il grafo  $G$ , con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no.
- 5.2.(3pt) Trovare un albero dei cammini minimi dal nodo  $s$  a tutti gli altri nodi del grafo.
- 5.3.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.4.(3pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.5.(3pt) Trovare un massimo flusso dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .
- 5.6.(3pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .

## **LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:**

### **PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi:  
(1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

### **PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti**

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina, ove previsti.

### **COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame**

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.