

NOME: .....

COGNOME: .....

MATRICOLA: .....

FIRMA: .....

## Esame di Ricerca Operativa - 11 giugno 2008 Facoltà di Architettura - Udine

### Problema 1 (4 punti):

La Seafood&C si compone di tre stabilimenti (che chiameremo  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ ) in cui si allevano vongole. La produzione di vongole comporta l'emissione di sostanze inquinanti. Per ogni inquinante, nella tabella seguente sono riportate le emissioni di ogni stabilimento per unità di produzione (in quintali di vongole) e la produzione attuale (sempre in quintali di vongole).

	fosfati	carbonati	nitrati	azoto	produzione attuale
$S_1$	4	2	1	9	20
$S_2$	3	1	5	6	30
$S_3$	1	7	3	7	10

Nel prossimo periodo, si richiede che ogni stabilimento abbia un livello di produzione almeno pari a quello attuale, ma che non produca più di 500 quintali di vongole.

Leggi sulla tutela ambientale impongono che nella zona interessata non si possano avere valori complessivi degli inquinanti più alti di quelli riportati in tabella seguente,

fosfati	carbonati	nitrati	azoto
100	210	180	250

Sapendo che ogni stabilimento vende il generico quintale di vongole al prezzo riportato nella tabella seguente, espresso in euro per chilo, formulare come PL il problema di massimizzare il profitto complessivo.

$S_1$	$S_2$	$S_3$
50	60	40

**Problema 2 (4 punti):**

Sia  $B = 30$  la capacità del mio zaino. Si supponga di voler trasportare un sottoinsieme dei seguenti elementi a massima somma dei valori, soggetti al vincolo che la somma dei pesi non ecceda  $B$ .

nome	A	B	C	D	E	F	G	H	I	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
peso	24	15	22	52	28	9	27	20	5	47	48	23	13	17	4	22	5	13	17
valore	22	12	21	30	15	11	20	10	6	71	32	20	13	20	5	21	4	12	16

**2.1(1pt)** quanto vale la somma massima dei valori di elementi trasportabili (con somma dei pesi al più  $B = 30$ )? Quali elementi devo prendere?

**2.2 (1pt)** e nel caso  $B = 25$ ?

**2.3 (1pt)** e nel caso  $B = 29$ ?

**2.4 (1pt)** e nel caso  $B = 21$ ?

B	max val	peso	quali prendere
30			
25			
29			
21			

**Problema 3 (4 punti):**

Nel seguente array di interi, trovare un sottointervallo di interi consecutivi la somma dei cui valori sia massima.

5	-5	3	-4	27	-8	44	-20	23	-31	16	-32	4	-15	39	-22	6	-8	21	-34	11	-55	21	-13	24	-37	14
---	----	---	----	----	----	----	-----	----	-----	----	-----	---	-----	----	-----	---	----	----	-----	----	-----	----	-----	----	-----	----

**3.1(1pt)** quale è il massimo valore di somma di un sottointervallo? Quale sottointervallo devo prendere?

**3.2 (1pt)** e nel caso sia richiesto di partire dal primo elemento?

**3.3 (1pt)** e nel caso sia richiesto di includere il 18-esimo elemento?

**3.4 (1pt)** e nel caso sia richiesto di rimanere a destra del 15-esimo elemento?

tipo intervallo	max sum	parte da pos.	arriva a pos.	parte da val.	arriva a val.
qualsiasi					
include primo					
include 18-esimo					
a destra del 15-esimo					

**Problema 4 (4 punti):**

Si consideri la seguente sequenza di numeri naturali.

14	19	21	15	17	34	41	65	18	38	64	22	45	32	57	59	23	20	16	38	58	27	42	52	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

**4.1(1pt)** trovare una sottosequenza crescente che sia la più lunga possibile. Specificare quanto è lunga e fornirla.

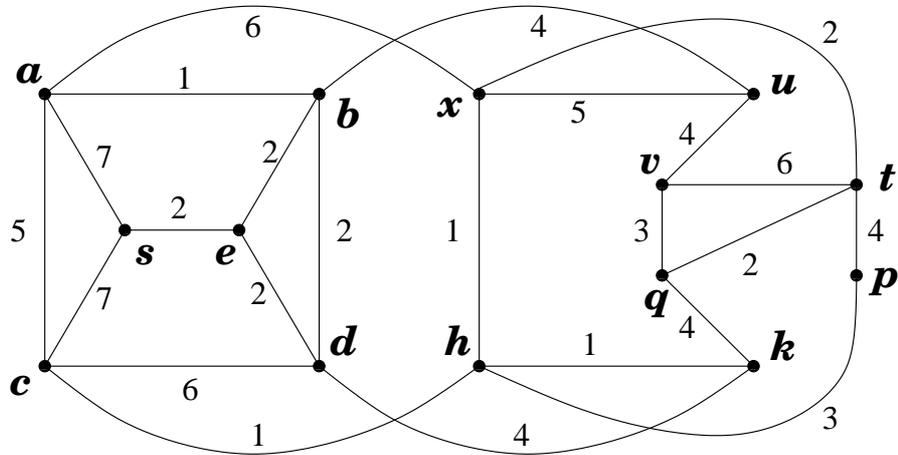
**4.2(2pt)** una sequenza è detta una N-sequenza, o sequenza crescente con un possibile ripensamento, se esiste un indice  $i$  tale che ciascuno degli elementi della sequenza esclusi al più il primo e l' $i$ -esimo sono strettamente maggiori dell'elemento che immediatamente li precede nella sequenza. Trovare la più lunga N-sequenza che sia una sottosequenza della sequenza data. Specificare quanto è lunga e fornirla.

**4.3(1pt)** trovare la più lunga sottosequenza crescente che includa l'elemento di valore 45. Specificare quanto è lunga e fornirla.

tipo sottosequenza	max lung	sottosequenza ottima
crescente		
N-sequenza		
crescente con 45		

**Problema 5 (15 punti):**

Si consideri il grafo, con pesi sugli archi, riportato in figura.



- 5.1.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è planare oppure no.
- 5.2.(2pt) Trovare un albero ricoprente di peso minimo.
- 5.3.(2pt) Trovare tutti gli alberi ricoprenti di peso minimo. (Dire quanti sono e specificare con precisione come generarli).
- 5.4.(3pt) Trovare un massimo flusso dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .
- 5.5.(2pt) Certificare l'ottimalità del flusso massimo dal nodo  $s$  al nodo  $t$ .
- 5.6.(1pt) Dire, certificandolo, se il grafo è bipartito oppure no.
- 5.7.(2pt) Dire, certificandolo, quale sia il minimo numero di nodi la cui rimozione rende il grafo bipartito.
- 5.8.(2pt) Dire, certificandolo, se il grafo ottenuto aggiungendo l'arco di estremi  $v$  e  $p$  è planare oppure no.

## **LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:**

### **PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi:  
(1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

### **PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti**

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).

### **COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame**

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.