

Prova scritta di Matematica II - 6 settembre 2007 - FILA C

c.d.L. Scienze dell'Architettura - Prof. R. Rizzi

COGNOME E NOME

N. di matricola **FIRMA**

1.a. Determinare le equazioni dei seguenti piani:

1.a.a. piano Π_1 ortogonale al piano $4x - 3y = 0$ e contenente uno dei tre assi coordinati;

1.a.b. piano Π_2 costituito dai punti equidistanti da $(8, -6, 6)$ e $(0, 0, 0)$;

1.a.c. piano Π_3 tangente alle sfere $x^2 + y^2 + z^2 \leq 25$ e $(x - 8)^2 + (y - 6)^2 + z^2 \leq 25$ nel loro unico punto di contatto;

1.a.d. i piani Π_1 , Π_2 e Π_3 sono paralleli (P), ortogonali (H) o in posizione generica (G)?

Π_1 :	$\Pi_1 \dots \Pi_2 \dots \Pi_3 \dots \Pi_1$
Π_2 :	
Π_3 :	1+1+1+2/30

1.b. Sono dati i tre vettori

$$u = \frac{(0, 3 + \alpha, 4 + \alpha)}{\sqrt{2\alpha^2 + 14\alpha + 25}} \quad v = \frac{(3 + \alpha, 4 + \alpha, 0)}{\sqrt{2\alpha^2 + 14\alpha + 25}} \quad w = \frac{(|4 + \alpha|, 0, |3 + \alpha|)}{\sqrt{2\alpha^2 + 14\alpha + 25}}$$

Determinare i valori di α per cui:

1. u risulta definito; w risulta definito;
2. u e v sono ortogonali; v e w sono ortogonali;
3. u e v sono paralleli; v e w sono paralleli;
4. $u \cdot v \wedge w$ è massimo; $u \cdot v \wedge w$ è minimo.

1.) u risulta definito:	w risulta definito:
2.) u e v sono ortogonali:	v e w sono ortogonali:
3.) u e v sono paralleli:	v e w sono paralleli:
4.) $u \cdot v \wedge w$ è massimo:	$u \cdot v \wedge w$ è minimo:
1+1+1+1/30	

1.c. Calcolare la distanza tra le due rette distinte R_1 ed R_2 di equazioni parametriche $R_1(t) = (\sqrt{2}, 2\pi t + 3, 1 - 2\pi t)$ e $R_2(s) = (\sqrt{2}s, 3s - \pi, \pi + s)$ e determinare se esse siano sghembe, incidenti, o coplanari.

$d(R_1, R_2) =$	
le rette R_1 e R_2 sono	2+1/30

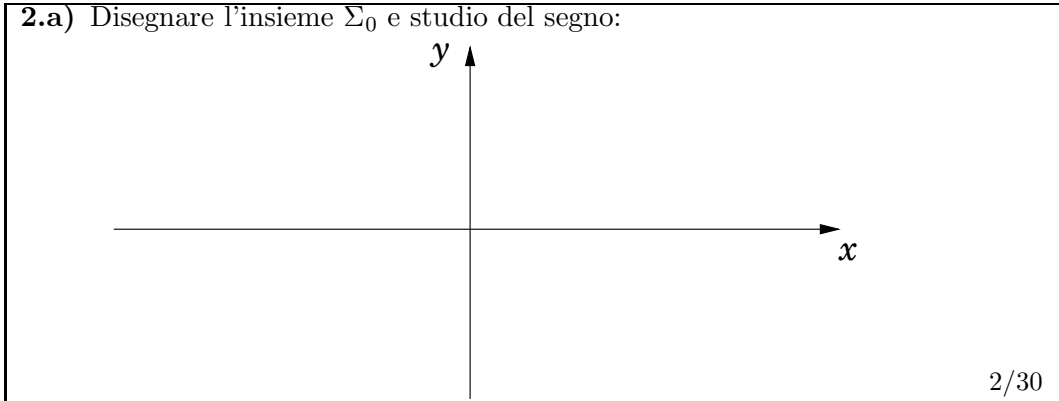
1.d. Calcolare la distanza tra la retta R di equazione $R(t) = (3 + t, 5 - t, 0)$ ed il piano Π di equazione $\frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{1}{\sqrt{3}}y + \frac{1}{\sqrt{3}}z = 3\sqrt{3}$ e determinare la relazione geometrica che sussiste tra R e Π .

$d(R, \Pi) =$	
la retta R ed il piano Π sono	2+1/30

2. È data la funzione $F(x, y) = 11xy + x^2(y + 6) - (x + 3y + 2)(y + 3)x$.

2.a. Disegnare l'insieme $\Sigma_0 = \{(x, y) \mid F(x, y) = 0\}$ e studiare il segno di F ;

2.a) Disegnare l'insieme Σ_0 e studio del segno:



2/30

2.b. Determinare e studiare TUTTI i punti stazionari della funzione F ;

2.b) Elencare i punti stazionari di F specificandone la natura:

3/30

2.c. Determinare le equazioni dei piani Π_0 , Π_1 e Π_2 , dove, per $i = 0, 1, 2$, Π_i è il piano tangente al grafico di F nel punto $(i, 0, F(i, 0))$;

2.c) Equazioni dei piani Π_0 , Π_1 e Π_2 :

Π_0 :

Π_1 :

Π_2 :

1+1+1/30

2.d. Determinare tutti i punti estremali di F nella regione $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 3y^2 \leq 3\}$.

2.d)

6/30

2.e. Descrivere il dominio $D[h]$ di $h(x, y) := \sqrt{3x(x - y^2 - 2)}$ in coordinate cartesiane.

2.e)

$D[h] =$

1/30

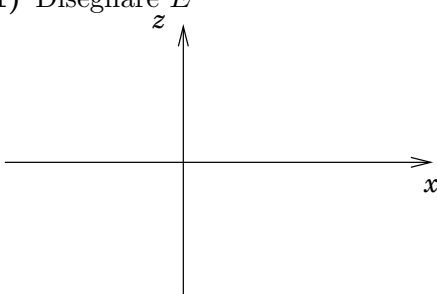
2.f. Determinare tutti i punti estremali di $h(x, y) = \sqrt{3x(x - y^2 - 2)}$ nella regione $R \cap D[h]$.

2.f)

1/30

3. In un riferimento Cartesiano x, y, z sia E la parte del piano $y = 0$ descritta dalle disequazioni $|z| \leq |x| \leq R$, e sia M il solido che si ottiene facendo ruotare E di 180° attorno all'asse delle z . Sia S la sfera di centro l'origine e raggio R e sia S_{sup} la semisfera ottenuta intersecando S con il semispazio $z \geq 0$. Sia $Q_{sup} = M \cap S_{sup}$ e sia Q_{inf} l'intersezione tra M ed il semispazio $z \leq 0$. Infine, sia $Q = Q_{sup} \cup Q_{inf}$.

- 3.a. Disegnare sia E (sulla sinistra) che M (sulla destra);
- 3.b. Esprimere M e Q_{inf} in coordinate cilindriche;
- 3.c. Esprimere Q in coordinate Cartesiane e Q_{sup} in coordinate sferiche;
- 3.d. Calcolare il volume di Q mediante integrazione;
- 3.e. Calcolare l'integrale triplo $I = \int_Q z \, dx \, dy \, dz$;
- 3.f. Fornire le coordinate del baricentro $B = (x_b, y_b, z_b)$ di Q ;

<p>a.1) Disegnare E</p> 	<p>a.2) Disegnare M</p>	1/30	
<p>b) M e Q_{inf} in coordinate cilindriche</p> <p>$M =$</p> <p>$Q_{inf} =$</p>			1+1/30
<p>c) Q in coordinate Cartesiane e Q_{sup} in coordinate sferiche</p> <p>$Q =$</p> <p>$Q_{sup} =$</p>			1+1/30
<p>d)</p> <p>$V =$</p>			4/30
<p>e)</p> <p>$I =$</p>			4/30
<p>f)</p> <p>$x_b =$ $y_b =$ $z_b =$</p>			2/30

LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME **-controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) È consentito l'utilizzo di materiale cartaceo, a piacere, ma non è consentito lo scambio tra di voi di alcun materiale.
- 4) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi:
(1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO **-assegnazione punti**

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina.

ATTENZIONE: All'elaborato verrà data una prima valutazione in base ai risultati riportati negli appositi riquadri della copertina. Solamente nel caso in cui tale provvisoria valutazione sia superiore ai 16/30, si procederà allora alla correzione dello svolgimento degli esercizi come riportato sui fogli allegati e verrà quindi data la valutazione finale.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI **-completamento esame**

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.