

Prova scritta di Matematica II - 27 giugno 2007 - FILA D

c.d.L. Scienze dell'Architettura - Prof. R. Rizzi

COGNOME E NOME

N. di matricola **FIRMA**.....

1.a. Determinare le equazioni dei seguenti piani:

1.a.a. piano Π_1 tangente nel punto $(3, 4, 0)$ alla sfera di raggio 5 e centro nell'origine;

1.a.b. piano Π_2 passante per $(3, 4, 0)$, $(0, 1, 1)$, $(0, 0, 0)$;

1.a.c. piano Π_3 passante per $(3, 4, 0)$ e contenente la retta $P(t) = (3t + 3, 4t + 4, 1)$;

1.a.d. i piani Π_1 , Π_2 e Π_3 sono paralleli (P), ortogonali (H) o in posizione generica (G)?

Π_1 :		
Π_2 :	$\Pi_1 \dots \Pi_2 \dots \Pi_3 \dots \Pi_1$	
Π_3 :		1+1+1+2/30

1.b. Sono dati i tre vettori

$$u = \frac{1}{\sqrt{2}\alpha}(0, \alpha, \alpha) \quad v = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, 1) \quad w = \frac{1}{\sqrt{3\alpha^2 - 2\alpha + 1}}(1 - \alpha, \alpha, \alpha).$$

1.b.a. Determinare i valori di α per cui:

1. u risulta definito; w risulta definito;
2. u e v sono ortogonali; v e w sono ortogonali;
3. u e v sono paralleli; v e w sono paralleli;
4. $u \cdot v$ è massimo; $v \cdot w$ è massimo.

1.) u risulta definito:	w risulta definito:	
2.) u e v sono ortogonali:	v e w sono ortogonali:	
3.) u e v sono paralleli:	v e w sono paralleli:	
4.) $u \cdot v$ è massimo:	$v \cdot w$ è massimo:	1+1+1+1/30

1.b.b. Calcolare $u \cdot v \wedge w$.

$u \cdot v \wedge w =$	1/30
------------------------	------

1.c. Calcolare la distanza tra le due rette distinte R_1 ed R_2 di equazioni parametriche $x = \sqrt{2}$, $y = \pi t + 3$, $z = 1 - \pi t$ e $x = 0$, $y = 3 + \sqrt{2} - s$, $z = 1 + s$ e determinare se esse siano sghembe, incidenti, o coplanari.

$d(R_1, R_2) =$	
le rette R_1 e R_2 sono	3+1/30

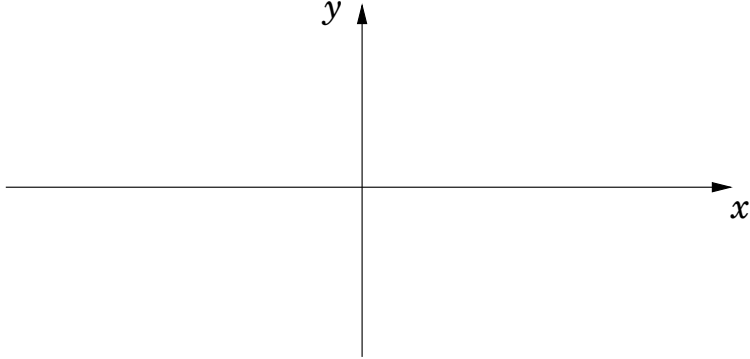
1.d. Calcolare la distanza tra la retta R di equazione vettoriale $R(t) = (3 + t, 5 + t, t)$ ed il piano Π passante per l'origine ed ortogonale al vettore $\frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, 1)$.

$d(R, \Pi) =$	2/30
---------------	------

2. È data la funzione $F(x, y) = (x - y)^2 + x^2y - (x^2 + y^2)$.

2.a. Disegnare l'insieme $\Sigma_0 = \{(x, y) \mid F(x, y) = 0\}$ e studiare il segno di F ;

2.a) Disegnare l'insieme Σ_0 e studio del segno:



1/30

2.b. Determinare e studiare TUTTI i punti stazionari della funzione F ;

2.b) Elencare i punti stazionari di F specificandone la natura:

3/30

2.c. Determinare le equazioni dei piani Π_0, Π_1 e Π_2 , dove, per $i = 0, 1, 2$, Π_i è il piano tangente il grafico di F nel punto $(i, 0, 0)$;

2.c) Equazioni dei piani Π_0, Π_1 e Π_2 :

$\Pi_0:$ $\Pi_1:$ $\Pi_2:$ 1+1+1/30

2.d. Determinare tutti i punti estremali di F nella regione $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2x \leq 12\}$.

2.d)

6/30

2.e. Descrivere il dominio $D[h]$ di $h(x, y) := \log_2 x(x - 2)y$ in coordinate cartesiane.

2.e) $D[h] =$

1/30

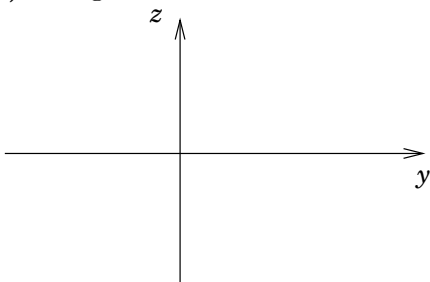
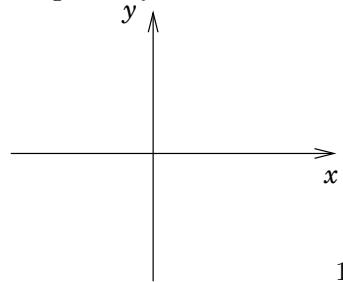
2.f. Determinare tutti i punti estremali di $h(x, y) := \log_2 x(x - 2)y$ nella regione $R \cap D[h]$.

2.f)

2/30

3. In un riferimento Cartesiano x, y, z sia E la parte del piano $y = 0$ descritta dalle disequazioni $0 \leq z \leq x \leq R$, e sia M il solido che si ottiene facendo ruotare E di 360° attorno all'asse delle z . Sia Q l'intersezione tra M ed il piano $z = \frac{R}{2}$.

- 3.a. Disegnare sia E (sulla sinistra) che Q (sulla destra);
- 3.b. Esprimere M e Q in coordinate cilindriche;
- 3.c. Esprimere Q in coordinate Cartesiane;
- 3.d. Calcolare il volume di M mediante integrazione;
- 3.e. Calcolare l'integrale triplo $I = \int_M z \, dx \, dy \, dz$;
- 3.f. Fornire le coordinate del baricentro $B = (x_b, y_b, z_b)$ di M ;
- 3.g. Calcolare la superficie S di M .

<p>a.1) Disegnare E</p> 	<p>a.2) Disegnare Q</p>  <p style="text-align: right;">1+1/30</p>
--	--

<p>b) coordinate cilindriche</p> <p>$M =$</p> <p>$Q =$</p>	<p>1+1/30</p>
---	---------------

<p>c) coordinate Cartesiane</p> <p>$Q =$</p>	<p>1/30</p>
--	-------------

<p>d)</p> <p>$V =$</p>	<p>3/30</p>
--	-------------

<p>e)</p> <p>$I =$</p>	<p>3/30</p>
--	-------------

<p>f)</p> <p>$x_b =$ $y_b =$ $z_b =$</p>	<p>2/30</p>
--	-------------

<p>g)</p> <p>$S =$</p>	<p>2/30</p>
--	-------------

LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME **-controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) È consentito l'utilizzo di materiale cartaceo, a piacere, ma non è consentito lo scambio tra di voi di alcun materiale.
- 4) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi:
(1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO **-assegnazione punti**

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina.

ATTENZIONE: All'elaborato verrà data una prima valutazione in base ai risultati riportati negli appositi riquadri della copertina. Solamente nel caso in cui tale provvisoria valutazione sia superiore ai 16/30, si procederà allora alla correzione dello svolgimento degli esercizi come riportato sui fogli allegati e verrà quindi data la valutazione finale.

COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI **-completamento esame**

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.