

**Prova scritta di Matematica II - 18 aprile 2007 - FILA D**

c.d.L. Scienze dell'Architettura - Prof. R. Rizzi

**COGNOME E NOME** .....

**N. di matricola** ..... **FIRMA**.....

**1.a.** Determinare le equazioni dei seguenti piani:

**1.a.a.** piano  $\Pi_1$  passante per  $(1, -1, 1)$  e ortogonale a  $(3, 2, 0)$ ;

**1.a.b.** piano  $\Pi_2$  passante per  $(0, -3, 3)$ ,  $(12, 0, 0)$ ,  $(3, -6, 0)$ ;

**1.a.c.** piano  $\Pi_3$  passante per  $(3, 1, 1)$  e contenente la retta di equazioni parametriche  $P(t) = (3t + 1, 2t - 2, 0)$ .

**1.a.d.** quale relazione geometrica osserviamo tra i piani  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  e  $\Pi_3$ ? Sono paralleli (P), ortogonali (H) o in posizione generica (G)?

$\Pi_1$ :		
$\Pi_2$ :	$\Pi_1 \dots \Pi_2 \dots \Pi_3 \dots \Pi_1$	
$\Pi_3$ :		1+1+1+2/30

**1.b.** Siano dati i tre vettori

$$u = (1, 2, 0) \quad v = (\alpha - 1, 2\alpha - 2, 2 - 2\alpha) \quad w = (2, 0, 1).$$

**1.b.a.** Determinare i valori di  $\alpha$  per cui:

1.  $u$  e  $v$  sono ortogonali; oppure  $v$  e  $w$  sono ortogonali;
2.  $u$  e  $v$  sono paralleli; oppure  $v$  e  $w$  sono paralleli.

1.) $u$ e $v$ sono ortogonali:	v e w sono ortogonali:	
2.) $u$ e $v$ sono paralleli:	v e w sono paralleli:	1+1/30

**1.b.b.** Calcolare  $u \cdot v \wedge w$  e dire per quali valori di  $\alpha$   $u \cdot v \wedge w$  risulta negativo.

$u \cdot v \wedge w =$	
$u \cdot v \wedge w < 0$ per ... ..	1+1/30

**1.c.** Calcolare la distanza tra le rette sghembe  $R_1$  ed  $R_2$  di equazioni parametriche  $x = 5, y = 1, z = 2\sqrt{3}t + 11\sqrt{\pi - 3}$  e  $x = -7 - 561\sqrt{\pi + 2}s, y = 561\sqrt{\pi + 2}s, z = 1$ .

$d(R_1, R_2) =$	4/30
-----------------	------

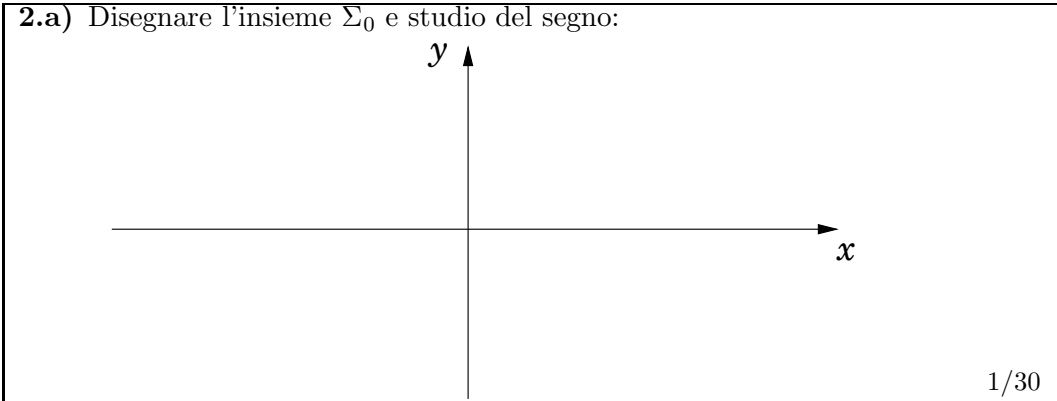
**1.d.** Calcolare la distanza tra il punto  $P = (2, 3, 4)$  ed il piano  $\Pi$  passante per l'origine ed ortogonale al vettore  $(0, 1, 1)$ .

$d(P, \Pi) =$	2/30
---------------	------

2. È data la funzione  $F(x, y) = (x - 4)(xy^2 - 4x + 3y^2 - 12) - 12 + y^2(x + 3) - 4x$ .

2.a. Disegnare l'insieme  $\Sigma_0 = \{(x, y) \mid F(x, y) = 0\}$  e studiare il segno di  $F$ ;

2.a) Disegnare l'insieme  $\Sigma_0$  e studio del segno:



2.b. Determinare e studiare TUTTI i punti stazionari della funzione  $F$ ;

2.b) Elencare i punti stazionari di  $F$  specificandone la natura:

4/30

2.c. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico di  $F$  nel punto  $(1, 1, 24)$ ;

2.c) Equazione del piano tangente  $F$  in  $(1, 1, 24)$ :

2/30

2.d. Determinare tutti i punti estremali di  $F$  nella regione  $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 25\}$ .

2.d)

6/30

2.e. Descrivere il dominio  $D[h]$  di  $h(x, y) := \sqrt{49(x^2 - 9)(y^2 - 4)}$  in coordinate cartesiane.

2.e)

$D[h] =$

1/30

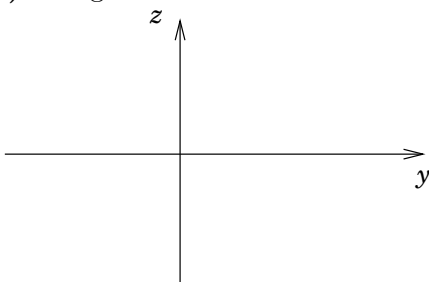
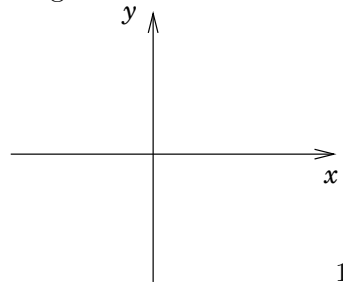
2.f. Determinare tutti i punti estremali di  $h(x, y) = \sqrt{49(x^2 - 9)(y^2 - 4)}$  nella regione  $R \cap D[h]$ .

2.f)

2/30

3. Sia  $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x = 0, x^2 + y^2 + z^2 - 8y + 15 \leq 0\}$ . Sia  $M_E$  il solido che si ottiene facendo ruotare  $E$  attorno all'asse delle  $z$ . Sia  $R$  l'intersezione tra  $M_E$  ed il piano  $z = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

- 3.a. Disegnare sia  $E$  (sulla sinistra) che  $R$  (sulla destra);
- 3.b. Esprimere  $M_E$  ed  $R$  in coordinate cilindriche;
- 3.c. Esprimere  $R$  in coordinate Cartesiane;
- 3.d. Calcolare il volume di  $M_E$  mediante integrazione;
- 3.e. Calcolare l'integrale triplo  $I = \int_{M_E} z + x + xy \, dx \, dy \, dz$ ;
- 3.f. Calcolare la superficie  $S$  di  $R$ .

<p><b>a.1)</b> Disegnare <math>E</math></p> 	<p><b>a.2)</b> Disegnare <math>R</math></p>  <p style="text-align: right;">1+1/30</p>
--	--

<p><b>b) coordinate cilindriche</b></p> <p><math>M_E =</math></p> <p><math>R =</math></p>	<p>1+1/30</p>
---	---------------

<p><b>c) coordinate Cartesiane</b></p> <p><math>R =</math></p>	<p>1/30</p>
--	-------------

<p><b>d)</b></p> <p><math>V =</math></p>	<p>4/30</p>
--	-------------

<p><b>e)</b></p> <p><math>I =</math></p>	<p>3/30</p>
--	-------------

<p><b>f)</b></p> <p><math>S =</math></p>	<p>2/30</p>
--	-------------

## LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

### PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME **-controllo**

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) È consentito l'utilizzo di materiale cartaceo, a piacere, ma non è consentito lo scambio tra di voi di alcun materiale.
- 4) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi:  
(1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

### PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO **-assegnazione punti**

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina.

**ATTENZIONE:** All'elaborato verrà data una prima valutazione in base ai risultati riportati negli appositi riquadri della copertina. Solamente nel caso in cui tale provvisoria valutazione sia superiore ai 16/30, si procederà allora alla correzione dello svolgimento degli esercizi come riportato sui fogli allegati e verrà quindi data la valutazione finale.

### COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI **-completamento esame**

I voti verranno resi disponibili sotto SINDI. Dal 18 in sù potete registrare il voto: basta che esprimiate il vostro consenso sotto SINDI. Ad alcuni di voi verrà richiesto di completare la prova scritta con un orale, ma costoro sono esonerati dal presentarsi a me per un orale qualora intendano comunque rifare lo scritto. I voti scadono dopo alcuni mesi (li garantiamo per 3 mesi) od alla consegna di un successivo scritto.