

COGNOME E NOME .....

N. di matricola .....

FIRMA.....

1. (3pt) Dimostrare per induzione che ogni insieme finito e non vuoto  $S$  di numeri reali ammette massimo, ossia contiene un numero  $\bar{x}$  tale che  $\bar{x} \geq y$  per ogni  $y \in S$ .

dimostrazione

3/30

2. (12pt) Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere (+ fornendo dimostrazioni) e quali sono false (+ fornendo controesempi).

(1+2pt) ogni insieme superiormente limitato di razionali ammette massimo;

(0+2pt) ogni insieme superiormente limitato di reali ammette massimo;

(1+3pt) l'assioma di completezza vale anche per i numeri interi;

(1+2pt) ogni funzione continua in un dato intervallo limitato ha almeno un massimo su detto intervallo.

3. (5pt) Si calcoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\tan(x^3)} - 1}{x(\cos(x) - e^{x^2})} =$$

5/30

4. (6pt) Si calcoli:

$$\int \frac{x^3 + 3x^2 + x\sqrt{x^2+5}}{x^2+5} =$$

6/30

5. (4pt) Si calcoli:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} =$$

4/30

# PARTE Matematica II

1. Determinare le equazioni dei seguenti piani:

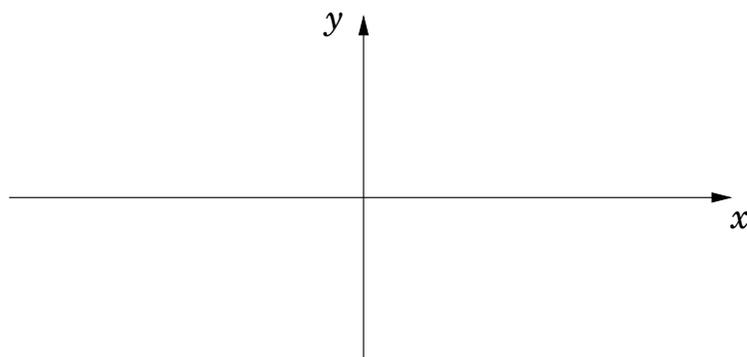
- 1.a. piano  $\Pi_1$  passante per i punti  $(1, 2, 3)$ ,  $(3, 1, 2)$  e  $(2, 3, 1)$ ;
- 1.b. piano  $\Pi_2$  contenente la retta  $R(t) = (1, 3t, -3t)$  e la retta  $x + y = z = 1$ ;
- 1.c. piano  $\Pi_3$  tangente alla superficie  $x^2 - 2y + z^2 = 3$  nel punto  $(1, -1, 0)$ ;
- 1.d. i piani  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  e  $\Pi_3$  sono paralleli (P), ortogonali (H) o in posizione generica (G)?

$\Pi_1$ :		
$\Pi_2$ :	$\Pi_1 \dots \Pi_2 \dots \Pi_3 \dots \Pi_1$	
$\Pi_3$ :		$1+1+1+2/30$

2. È data la funzione  $F(x, y) = (x - y)^2 + x^2y - (x^2 + y^2)$ .

2.a. Disegnare l'insieme  $\Sigma_0 = \{(x, y) \mid F(x, y) = 0\}$  e studiare il segno di  $F$ ;

2.a) Disegnare l'insieme  $\Sigma_0$  e studio del segno:



2/30

2.b. Determinare e studiare TUTTI i punti stazionari della funzione  $F$ ;

2.b) Elencare i punti stazionari di  $F$  specificandone la natura:

4/30

**3.** In un riferimento Cartesiano  $x, y, z$  sia  $E$  la regione del primo quadrante del piano  $y = 0$  delimitata dagli assi, dalle rette  $x = 1$  e  $z = 1$ , e dalla curva  $xz = \frac{1}{4}$ . Sia  $Q$  il solido che si ottiene facendo ruotare  $E$  di  $360^\circ$  attorno all'asse delle  $z$ .

**3.a.** Disegnare sia  $E$  (sulla sinistra) che  $Q$  (sulla destra);

**3.b.** Esprimere  $Q$  in coordinate Cartesiane e in coordinate cilindriche;

**3.c.** Calcolare il volume di  $Q$  mediante integrazione;

<b>a.1)</b> Disegnare $E$	<b>a.2)</b> Disegnare $Q$
	1/30
<b>b) esprimere <math>Q</math> in coordinate Cartesiane e in coordinate cilindriche</b>	
Car: $Q =$	
cil: $Q =$	1+1/30
<b>c)</b>	
$V =$	5/30

## LEGGERE CON MOLTA ATTENZIONE:

### PROCEDURA DA SEGUIRE PER L'ESAME -controllo

- 1) Vostro nome, cognome e matricola vanno scritti, prima di incominciare il compito, negli appositi spazi previsti nell'intestazione di questa copertina. Passando tra i banchi verificherò l'esatta corrispondenza di alcune di queste identità. Ulteriori verifiche alla consegna.
- 2) Non è consentito utilizzare alcun sussidio elettronico.
- 3) È consentito l'utilizzo di materiale cartaceo, a piacere, ma non è consentito lo scambio tra di voi di alcun materiale.
- 4) Una volta che sono stati distribuiti i compiti non è possibile allontanarsi dall'aula per le prime 2 ore. Quindi: (1) andate al bagno prima della distribuzione dei compiti e (2) non venite all'esame solo per fare i curiosi (i testi vengono pubblicati sul sito successivamente all'esame).

### PROCEDURA DA SEGUIRE PER OGNI ESERCIZIO -assegnazione punti

- 1) La risoluzione **COMPLETA ed ESAURIENTE** dell'esercizio "in bella copia" deve trovare spazio in fogli da inserire in questa copertina ripiegata a mo' di teca (intestazione con vostri dati personali su faccia esterna della teca, per facilità di controllo).
- 2) Tutti i fogli consegnati, inclusa la copertina, debbono riportare NOME, COGNOME e MATRICOLA (sia per l'assegnazione dei punti che per il controllo).
- 3) Trascrivere i risultati ottenuti negli appositi riquadri della copertina.

**ATTENZIONE:** Per superare l'esame è necessario totalizzare almeno 7 punti sulla parte di Matematica 1, almeno 7 punti sulla parte di Matematica 2, ed almeno 18 punti in totale sulle due parti. Inoltre, all'elaborato verrà data una prima valutazione in base ai risultati riportati negli appositi riquadri della copertina. Solamente nel caso in cui tale provvisoria valutazione sia superiore ai 16/30, si procederà allora alla correzione dello svolgimento degli esercizi come riportato sui fogli allegati e verrà quindi data la valutazione finale.

### COMUNICAZIONE ESITI E REGISTRAZIONE VOTI -completamento esame

I voti positivi (dal 18 in su) vi verranno automaticamente registrati sotto esse3 e ne riceverete segnalazione tramite mail al vostro indirizzo sotto spes. Se è vostra intenzione riprovare l'esame per alzare il voto potete chiedermi di annullare il vostro esame.

Ad alcuni di voi potrà venire richiesto di completare la prova scritta con un orale ma se costoro lo preferiscono possono sempre rifare lo scritto piuttosto che non venire all'orale.